نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۶ کلاس ...دهم...

۱

$f(x)=\sqrt{x(1-|x|)}$

$x\geq 0 \Rightarrow f(x)=\sqrt{x(1-x)}=\sqrt{x-x^2}$ ، $x=1,0$ نقاط بحرانی ، $\Rightarrow f'(x)=\frac{-2x+1}{2\sqrt{x-x^2}}$ ، $\Rightarrow x=0$ یا $x=\frac{1}{2}$ نقاط بحرانی ، $x=\frac{1}{2}$ ماکسیمم نسبی

$x<0 \Rightarrow f(x)=\sqrt{x(1+x)}=\sqrt{x+x^2}$ ، $x=-1$ نقاط بحرانی ، $\Rightarrow f'(x)=\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$ ، $\Rightarrow x=-1$ یا $x=-\frac{1}{2}$ نقاط بحرانی ، $x=-\frac{1}{2}$ مینیمم نسبی

$m=1$ $(x=\frac{1}{2})$ ، $n=0$ ، $k=2$ $(x=\pm 1,0,\frac{1}{2})$ ، $\Rightarrow n+m+k=3$

۲

$f(x)=\sqrt{ax}+\sqrt{a-2x}$ ، Df ، $x\geq 0$ ، $a-2x\geq 0 \Rightarrow x\leq \frac{a}{2}$ ، $a>0$ ، $\Rightarrow Df=[0,\frac{a}{2}]$

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{ax}}+\frac{-2}{2\sqrt{a-2x}}=0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{ax}}=\frac{1}{\sqrt{a-2x}} \Rightarrow \sqrt{a-2x}=2\sqrt{ax} \Rightarrow a-2x=4x \Rightarrow x=\frac{a}{6}$

$f(0)=\sqrt{a}$

$f(\frac{a}{6})=\sqrt{\frac{a}{6}}+\sqrt{\frac{5a}{6}}=2\sqrt{\frac{a}{6}}$ (max) ، $f(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}}$ (min) ، $\Rightarrow 2\sqrt{\frac{a}{6}}\times\sqrt{\frac{a}{2}}=\sqrt{12} \Rightarrow \frac{2a}{\sqrt{12}}=\sqrt{12} \Rightarrow a=6$

$[a]=6$

۳

$f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}|x^2-4|$ ، $x^2-4\geq 0 \Rightarrow x\geq 2$ یا $x\leq -2$ ، $x^2-4<0 \Rightarrow -2<x<2$

$x\leq -2$ یا $x\geq 2 \Rightarrow f(x)=\frac{x^2(x^2-4)}{x^2-1}$ ، $\Rightarrow f'(x)=\frac{2x(x^4-2x^2+4)}{(x^2-1)^2}=0$ ، $\Rightarrow x=0$ قبول ، $x\neq\pm 1$ ، $\Delta<0$

$-2<x<2 \Rightarrow f(x)=-\frac{x^2(x^2-4)}{x^2-1}$ ، $\Rightarrow f'(x)=-\frac{2x(x^4-2x^2+4)}{(x^2-1)^2}=0 \Rightarrow x=0$

$x=0$ ، ± 2 ، max نسبی ، min نسبی

نقاط بحرانی $\Rightarrow x=2$ ، $f(2^+)=0$ ، $f'_+(2)=+\infty$ ، $f(2^-)=0$ ، $f'_-(2)=-\infty$ ، $x=4$ min نسبی ، $x=-2$ ، $f(-2^+)=0$ ، $f'_+(-2)=+\infty$ ، $f(-2^-)=0$ ، $f'_-(-2)=-\infty$ ، $x=-4$ max نسبی

۴

$y=ax^3+bx^2+cx+d=f(x) \Rightarrow f'(x)=3ax^2+2bx+c$

$f(0)=0 \Rightarrow a(0)+b(0)+c(0)+d=0 \Rightarrow d=0$ ، $f'(0)=0 \Rightarrow 3a(0)+2b(0)+c=0 \Rightarrow c=0$

$f(1)=1 \Rightarrow a+b+c=1$ ، $c=0$ ، $\Rightarrow a+b=1$ ، $f'(1)=0 \Rightarrow 3a(1)+2b(1)=0 \Rightarrow 3a+b=0$

$a+b=1$ ، $3a+2b=0$ ، $\Rightarrow a=-2$ ، $b=3$ ، $\Rightarrow ab=-6$

۵

$x=-1,\sqrt{3}$ دو سر بازه ، $x=\pm\sqrt{3}$ ، $x^2-3=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$ ، $x=\pm\sqrt{3}$ نقاط بحرانی درون بازه

$3-x^2>0 \Rightarrow -\sqrt{3}<x<\sqrt{3} \Rightarrow f'(x)=-3x^2+3=0 \Rightarrow x=\pm 1$ قبول

$3-x^2<0 \Rightarrow x<-\sqrt{3}$ ، $x>\sqrt{3} \Rightarrow f'(x)=-(-3x^2+3)=0 \Rightarrow x=\pm 1$ غ ق

$f(1.5)=-1.5|3-2.25|=-\frac{9}{8}$ ، $f(1)=1|3-1|=2$

$f(-1)=-1|3-1|=-2$ ، min مطلق ، $f(\sqrt{3})=\sqrt{3}|3-3|=0$

$y = x^3|x| + 3ax^2 + b \xrightarrow{A(-1,1),\ x<0} y = -x^3 + 3ax^2 + b \Rightarrow +1 = -(-1)^3 + 3a(-1)^2 + b$

$1 + 3a + b = 1 \Rightarrow b = -3a$

$\frac{b}{a} = \frac{-3a}{a} = \boxed{-3}$ ۶

(۲)

$y = \frac{ax+3}{(a+1)x + (a-1)}$

مجانب افقی $\Rightarrow y = \frac{a}{a+1}$

مجانب قائم $\Rightarrow x = -\frac{a-1}{a+1}$

تقاطع $\Rightarrow \left(\frac{1-a}{a+1}, \frac{a}{a+1}\right)$

$y = \frac{3}{2}x^2 + x + \frac{a}{9} \longrightarrow y' = 3x + 1 \xrightarrow[y'=0]{x = -\frac{a-1}{a+1}} 3\left(-\frac{a-1}{a+1}\right) + 1 = 0 \Rightarrow \frac{3a-3}{a+1} = 1 \Rightarrow 3a - 3 = a + 1$

$2a = 4 \Rightarrow \boxed{a = 2}$

$\Rightarrow y = \frac{2x+3}{2x+1} = 0 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{3}{2}} \Rightarrow \left(-\frac{3}{2}, 0\right)$

۷

(۲)

$y = \frac{bx^2 + 3}{2x^2 + ax + 1}$

$\longrightarrow y \sim \infty \Rightarrow$ مخرج $= 0 \xrightarrow{x = -\frac{1}{2}} 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + a\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$

$1 + 1 = \frac{a}{2} \Rightarrow \boxed{a = 4}$

$\longrightarrow x \sim \infty \Rightarrow y = \frac{b}{2} \xrightarrow{y=3} \frac{b}{2} = 3 \Rightarrow b = 12$

$\frac{b}{a} = \frac{12}{4} = \boxed{3}$

۸

(۲)

$f(x) = \frac{x^4}{x^2 - 8} \Rightarrow f'(x) = \frac{4x^3(x^2-8) - x^4(2x)}{(x^2-8)^2} = \frac{x^3(4x^2 - 32 - 2x^2)}{(x^2-8)^2} = \frac{x^3(2x^2-32)}{(x^2-8)^2}$

تعیین علامت: 0 ، $2\sqrt{2}$ ، $2\sqrt{2}$ ، $+\infty$ ؛ f': $+$ ، 0 ، $-$ ، $-$ ، 0 ، $+$

$\Rightarrow$ نزولی $(0, 2)$ ، $(2\sqrt{2}, \dots)$ $\Rightarrow$ صعودی

$x = 0 \Rightarrow$ ریشه مضرج $=$ مجانب مائم

$\min = f(2\sqrt{2}) = \frac{(2\sqrt{2})^4}{(2\sqrt{2})^2 - 8} = \frac{64}{8 - 8} = 2\sqrt{2} - 2 = 2(\sqrt{2} - 1)$

۹

(۲)

$f(x) = \frac{x^5 - 4x}{x^2 - 4}$ ، $x \in (-3, 3) \Rightarrow f'(x) = \frac{5x^4(x^2-4) - (x^5 - 4x)(2x)}{(x^2-4)^2} = \frac{2x(x^4 + 9x^2 - 4)}{(x^2-4)^2}$

تعیین علامت $\Rightarrow x^2 = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 16}}{2} = -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{97}{4}}$

$+ \Rightarrow x^2 = 0{,}04 \Rightarrow x = \pm\sqrt{0{,}04}$

$- \Rightarrow x^2 = 0{,}09 \Rightarrow x = \pm\sqrt{0{,}09}$

$x = 0 \longrightarrow y = 1$

$x = \pm 1 \longrightarrow y = 1$

$\Rightarrow$ ۳ بازه نزولی

البته صورت سوال اصلی دقیقا و به همین صورت است نه در آزمون صورت گرفته:

$f(x) = \frac{x^5 - 4x}{x^2 - 2}$

$f'(x) = \frac{2x(x^4 + 9x^2 - 4)(x^2 - 2)}{(x^2-2)^2}$

۴ بازه نزولی البته

۱۰

(۲)