روشنا ادیبی ۱۵/۲۵

(۱)

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = f' \Rightarrow \frac{(1-\frac{a}{3})-(1-a)}{2} = \frac{a}{x^2}$$

۱/۷۵

$$\frac{\frac{2}{3}a}{2} = \frac{a}{x^2} \Rightarrow \frac{1}{3}=\frac{1}{x^2} \Rightarrow \boxed{x=\pm\sqrt{3}} \rightarrow \begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ x=\sqrt{3} \end{cases}$$

(۲)

$$2ax^2-5x+18a=x \Rightarrow 2ax^2-6x+18a=0$$

$$\longrightarrow \Delta=0 \Rightarrow 9-4(a)(9a)=0 \Rightarrow 9-36a^2=0 \Rightarrow a=\pm\frac{1}{2}$$

۲

$a=\frac{1}{2}$ غلطه زیرا A در ناحیه سوم است $\Leftarrow$ $\boxed{a=-\frac{1}{2}}$

(۳)

$$y'=3x^2-12 \longrightarrow y'=0 \Rightarrow 3x^2-12=0 \Rightarrow x=\pm 2$$

	$-\infty$	-2	$+2$	$+\infty$
y'	+	−	+	
y	↗	↘	↗	
		max	min	

$\Rightarrow$ min نسبی $\Rightarrow \boxed{f(2)=-14}$

۲

(۴)

$$y'=3x^2+2ax-2b=0 \Rightarrow x=0 \rightarrow b=0,\ x=-2 \Rightarrow a=3$$

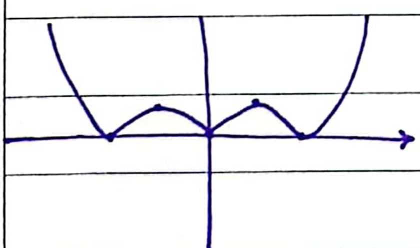
$$\Rightarrow \text{Ext}: A(0,-4),\ B(-2,0) \Rightarrow \overline{AB}=\sqrt{(-2)^2+(4)^2}=\sqrt{20}=\boxed{2\sqrt{5}}$$

فاصله‌ی دو نقطه‌ی اکسترمم

۲

(۵)

$$f(x)=|x|^2-5|x| \longrightarrow y=||x|^2-5|x||$$



$\rightarrow$ min ۳ نقطه ، max ۲ نقطه $\rightarrow \boxed{\frac{n}{m}=\frac{3}{2}}$

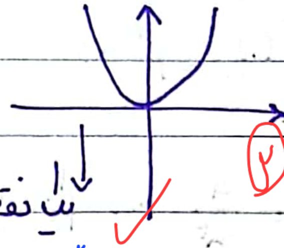
۲

روینا ایوبی

۶

$|x(x+3)| = |x^2+3x| \rightarrow x>0$

$|x(-x+3)| = |-x^2+3x| \rightarrow x<0$



یک نقطه بحرانی دارد

۲

$x\in[0,a] \rightarrow |x-a| = -(x-a) \rightarrow f(x) = -\sqrt[3]{x^2}(x-a) = -x^{\frac{5}{3}}+ax^{\frac{2}{3}}$

۷

$[0,a] \rightarrow$ در این بازه، قدر مطلق منفی است

۱/۵

$f'(x) = \frac{2x}{3\sqrt[3]{x^2}} \times (a-x) - \sqrt[3]{x^2} = 0$

$f'(x) = -\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}ax^{-\frac{1}{3}} = 0 \rightarrow \frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(-5x+2a) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{2}{5}a \rightarrow \max \end{cases}$

$x = 1/5 \rightarrow \left(\frac{3}{3\sqrt[3]{1/5}}(a-1/5) - \sqrt[3]{(1/5)^2} = 0\right) \times \sqrt[3]{1/5}$

$f(x_{max}) = 1/5 \rightarrow f(\frac{2}{5}a) = \frac{3}{2} \rightarrow -\sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2}\,(\frac{2}{5}a - a) = \frac{3}{2} \rightarrow a \times \sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2} = \frac{5}{2}$

$= (a-1/5) - (1/5)^2 = 0 \Rightarrow a - 3/75 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 3/75}$

$\xrightarrow{\text{توان ۳}} a^3 \times \frac{4}{25}a^2 = \frac{125}{8} \rightarrow a^5 = \frac{125}{8} \times \frac{25}{4} = (\frac{5}{2})^5 \rightarrow a = \frac{5}{2} = 2/5$

۹

$y' < 0 \rightarrow \frac{m^2-m-2}{(x-1+m)^2} < 0 \Rightarrow m^2-m-2 < 0$

۲

ریشه‌ها: $-1, 2 \leftarrow$

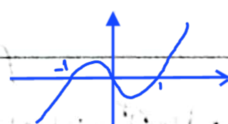
	-1		2	
	$+$	$-$	$+$	

$\xrightarrow{\text{در بازه ی } (1,+\infty)}$ نزولی است

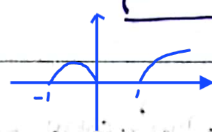
$\boxed{m = 0, 1} \rightarrow$ به ازای ۲ مقدار صحیح برای m

سوال ۸

$y = |x|x - x \rightarrow \begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \quad (I) \\ -x^2 - x & x \leq 0 \quad (II) \end{cases}$



$\rightarrow$



$y = \sqrt{x|x| - x}$

(نقاط بحرانی) $\boxed{K=4}$ ، (نقاط max) $\boxed{m=1}$ ، (نقاط min) $\boxed{n=0}$

$\frac{Km+n}{K-n} = \frac{4\times1-0}{4-0} = \frac{4}{4} = 1$

سوال ۱۰

$D_{f(x)} = 1 - x|x| = 0 \rightarrow x|x| = 1 \rightarrow \begin{cases} x\geq 0 & x^2 = 1 \rightarrow x = 1 \checkmark \\ x\leq 0 & -x^2 = 1 \rightarrow x^2 = -1 \times \end{cases} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

مشتق تابع $\begin{cases} x\geq 0 \rightarrow f'(x) = \frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2} = \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2} \rightarrow x^2 = -1 \quad \times \\ x<0 \rightarrow f'(x) = \frac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = -1 \checkmark \end{cases}$

$\rightarrow$ یک نقطه بحرانی