نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵ ..... کلاس .....

۱

$f(x)=1-\frac{a}{x} \rightarrow f(1)=1-a$

$\hookrightarrow f(2)=1-\frac{a}{2}$

$\rightarrow$ متوسط $\frac{dy}{dx}=\frac{1-\frac{a}{2}-1+a}{2-1}=\frac{a}{2}$

$f'(x)=\frac{a}{x^2} \hookrightarrow \frac{a}{2x^2}=\frac{a}{2} \Rightarrow x=\pm\sqrt{2}$

۲

$y=2ax^2-4x+18a \xrightarrow{\text{مماس}}$ $2ax^2-4x+18a=x$

$2ax^2-5x+18a=0$

$x=y \,/\, x>y \;\; y'=1$

$ax^2-3x+9a=0 \rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9-36a^2}}{2a}$

$4ax-4=1 \Rightarrow 4ax=5 \Rightarrow x=\frac{5}{4a}$

$\rightarrow \frac{3\pm\sqrt{9-36a^2}}{2a}=\frac{5}{4a}$

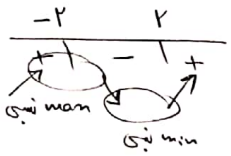
$\frac{5}{4a}<0 \Rightarrow a<0$ *

$a\neq 0 \Rightarrow 3\pm\sqrt{9-36a^2}=3 \Rightarrow 9-36a^2=0 \Rightarrow a^2=\frac{1}{4} \Rightarrow a=\pm\frac{1}{2} \xrightarrow{*} \boxed{a=-\frac{1}{2}}$

۳

$y=x^3-12x+2 \Rightarrow y'=3x^2-12=3(x^2-4)$

تعیین علامت y' ⟸



$\Rightarrow x=2 \rightarrow y=8-24+2=-14$

۴

$y=x^3+ax^2-2bx-4$

$\hookrightarrow y'=3x^2+2ax-2b \xrightarrow{\text{مماس}} x=0 \;\; y=-2b>0$

$b<0$

$x=-2 \;\; y=12-6a-2b$

$12-6a>0$

$a<2$

$\rightarrow y=x^3+3x^2-4 \quad x=0 \;\; y=-4$

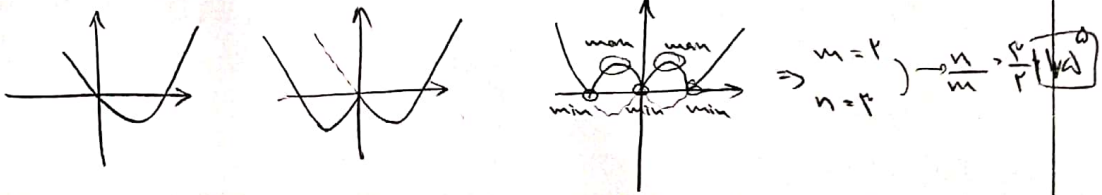
$x=-2 \;\; y=0$

$\hookrightarrow \sqrt{(-2-0)^2+(0+4)^2}=\sqrt{4+16}=\boxed{2\sqrt{5}}$

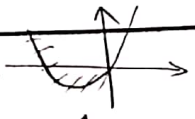
۵

$f(x)=x^2-5|x| \Rightarrow y=|f(x)|=|x^2-5|x||$

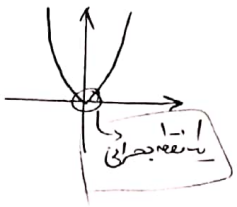
$\Leftarrow y=x^2-5x \Rightarrow y=x^2-5|x| \Rightarrow y=|x^2-5|x||$



$\Rightarrow \begin{matrix} m=2 \\ n=2 \end{matrix} \rightarrow \frac{n}{m}=\frac{2}{2}=1$

$f(x)=x(|x|+1)$ $\xrightarrow{x>0}$ $f(x)=x^2+x$ ⇒ 

$\hookrightarrow$ $f(x)=-x^2+x$ $\xrightarrow{x<0}$ 

⇒ $y=|f(x)|$ ⇒ 

٩

$[0,a]$ ⇒ $0\le x\le a$ ⇒ $-a\le x-a\le 0$ ⇒ $|x-a|=a-x$

$f(x)=\sqrt[3]{x^2}(a-x)=ax^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{5}{3}}$

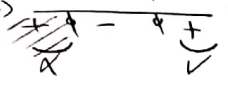
$f'(x)=\frac{2}{3}ax^{-\frac{1}{3}}-\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$ ⇒ $\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}\left(a-\frac{5}{2}x\right)=\frac{2\left(a-\frac{5}{2}x\right)}{3\sqrt[3]{x}}=0$ ⇒ نقاط حرجة: $0, a, \frac{2}{5}a$

$f(0)=f(a)=0$

$f\left(\frac{2}{5}a\right)=1.2$ ⇒ $\sqrt[3]{\left(\frac{2}{5}a\right)^2}\underbrace{\left(a-\frac{2}{5}a\right)}_{\frac{3}{5}a}=\frac{3}{5}$ $\xrightarrow{\text{بتربيع}}$ $\frac{9}{25}a^2\times\frac{27}{125}a^2=\frac{27}{125}$ ⇒ $a^5=\frac{5^3}{2^3}$

$a=1.2a$

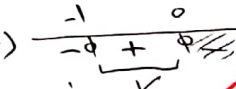
٢

$f(x)=\sqrt{x^2-x}=\sqrt{x(x-1)}$ ⇒  ⇒ $x\le 0$ أو $x\ge 1$ ⇒ $f'(x)=\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}=0$ ⇒ $x=\frac{1}{2}$ ليست

$\hookrightarrow 2x=2x$ ⇒ $x=x$ ⇒ $x=1$ ليست

$x=0$ ليست

نقطة حرجة غير متصلة غير معرفة

$f(x)=\sqrt{-x^2-x}=\sqrt{-x(x+1)}$ ⇒  ⇒ $-1\le x\le 0$ ⇒ $f'(x)=\frac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}}=0$ ⇒ $x=-\frac{1}{2}$ ليست

$x<0$

$-x^2-x=0$

$x=-1$ ✓

$x=0$ ✓

$-1\le x\le 0$

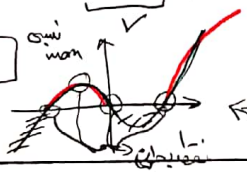
$\hookrightarrow -2x=1$

$x=-\frac{1}{2}$ ليست

$x=0$ ليست

نقطة حرجة غير متصلة غير معرفة

$m=1$, $n=0$, $k=2$ ⇒ $\frac{0+1\times 2}{2-0}=1$ ✓



نقطة حرجة متصلة ليست قيمة متطرفة

٨

$y'=\frac{m(x-1+m)-(mx+2)(1)}{(x-1+m)^2}=\frac{m^2-m-2}{(x-1+m)^2}<0$ ⇒ $(m-2)(m+1)<0$

$\underbrace{(x-1+m)^2}_{\text{مقدار موجب}}$

	-1		2	
	+	−	+	

$\hookrightarrow -1<m<2$ ⇒ $m=0,1$ ⇒ عددان صحيحان

٩

$f(x)=\frac{x}{1-x^2}$ ⇒ $f'(x)=\frac{1(1-x^2)-x(-2x)}{(1-x^2)^2}=\frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2}=\frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}\neq 0$

$x<0$

$\hookrightarrow 1-x^2=0$ ⇒ $x=\pm 1$ ✓

$\hookrightarrow x=-1$ ✓ $(x<0)$

$x=1$ ليست $(x>0)$

$f(x)=\frac{x}{1+x^2}$ ⇒ $f'(x)=\frac{1(1+x^2)-x(2x)}{(1+x^2)^2}=\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}=0$ ⇒ $x=1$ ليست

$x>0$

مقدار $\neq 0$

$x=-1$ ✓

نهاية $\rightarrow f(0^+)=f(0^-)=0$ ✓

$\hookrightarrow f'_+(0)=f'_-(0)=1$ ✓ نقطة حرجة ⇐ $x=\pm 1$

١٠