فهیما محلوجی - پاسخ تشریحی تکلیف

Date: Sub:

۱- تابع f - نقطه $(۳,۵)$ ، $(۰,۱)$ نقطه برخورد با محور عرض‌ها

شیب خط مماس $= \frac{۵-۱}{۳-۰} = \frac{۴}{۳}$ ، $y-1 = \frac{4}{3}(x-0)$

$y = \frac{4}{3}x + 1$

$f'(3) = \frac{4}{3}$

۲- $f(x) = \sqrt{ax-1}$ ، $(-1,1)$ ، $(2,2)$ ، $f(5) = ?$

$m = \frac{2-1}{2-(-1)} = \frac{1}{3} \rightarrow y-1 = \frac{1}{3}(x+1)$ ، $f(x) = \sqrt{2x-1}$

$y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ ، $f(5) = \sqrt{9} = 3$

$\sqrt{ax-1} = \frac{x+4}{3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ax-1 = \frac{x^2+8x+16}{9}$

$\rightarrow 0 = x^2 + (8-9a)x + 25$ ، $\Delta = (8-9a)^2 - 100$

$100 = (8-9a)^2 \rightarrow \pm 10 = 8-9a$ ، $a = -\frac{2}{9}$ ✗ ، $a = 2$ ✓

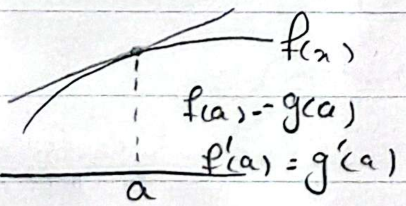
۳- $y = \frac{x^2+mx+1}{x+3}$ ، نقطه‌ای به طول واحد بر نمودار $x = 1$ ، $4y - 3x = n$

$m+n = ? \rightarrow 3$

$y = \frac{3x+n}{4}$

$y(1) = 1 \rightarrow 1 = \frac{3+n}{4} \rightarrow n = 1$

$y' = \frac{(2x+m)(x+3) - (1)(x^2+mx+1)}{(x+3)^2}$



$y'(1) = \frac{3m+6}{16} = \frac{3}{4}$

$m = 2$

$m+n = 3$

مهتا مخلص - پاسخ سری تکلیف

Date: Sub:

$$g(x)=\frac{3}{3+\sin x},\quad f(x)=\frac{27-\sin^3 x}{9-\sin^2 x}-4$$

$$3g'\left(\frac{5\pi}{3}\right)-f'\left(\frac{5\pi}{3}\right)=?\qquad \frac{\cancel{(3-\sin x)}(9+\sin^2 x+3\sin x)}{\cancel{(3-\sin x)}(3+\sin x)}$$

$$(3g-f)'\left(\frac{5\pi}{3}\right)$$

$$\left(\frac{\cancel{9-9}-\sin^2 x-3\sin x}{3+\sin x}\right)'\left(\frac{5\pi}{3}\right)=$$

$$\left(\frac{-\sin x(\cancel{\sin x+3})}{\cancel{\sin x+3}}\right)'\left(\frac{5\pi}{3}\right)=(-\sin x)'\left(\frac{5\pi}{3}\right)$$

$$=\cos\frac{5\pi}{3}=\frac{1}{2}$$

$$x>0\qquad g(x)=\frac{1}{x^5+|x^5|},\quad f(x)=\frac{-1}{\sqrt[5]{x+|x|}}-5$$

$$x^5\neq-|x^5|\leftarrow$$

$$g(x)=\frac{1}{2x^5}\qquad f(x)=\frac{-1}{\sqrt[5]{2x}}$$

$$\underbrace{g'(\sqrt[5]{3})f'(g(\sqrt[5]{3}))}_{(f\circ g)'(\sqrt[5]{3})}=-1$$

$$f\circ g=\frac{-1}{\sqrt[5]{2\times\frac{1}{2x^5}}}=-x$$

مهتا محلوجی - پاسخ تکلیف

۶ - $f(x)=\left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)^2$ ، $f(x)=x\,g(x)+1$ ، $\lim_{x\to 0} g(x)$

$$\downarrow$$

$$g(x)=\frac{f(x)-1}{x}$$

$$g(x)=\frac{\left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)^2-1}{x}=\frac{\frac{1+\sin^2 x-2\sin x-(1+\sin^2 x+2\sin x)}{(1+\sin x)^2}}{x}$$

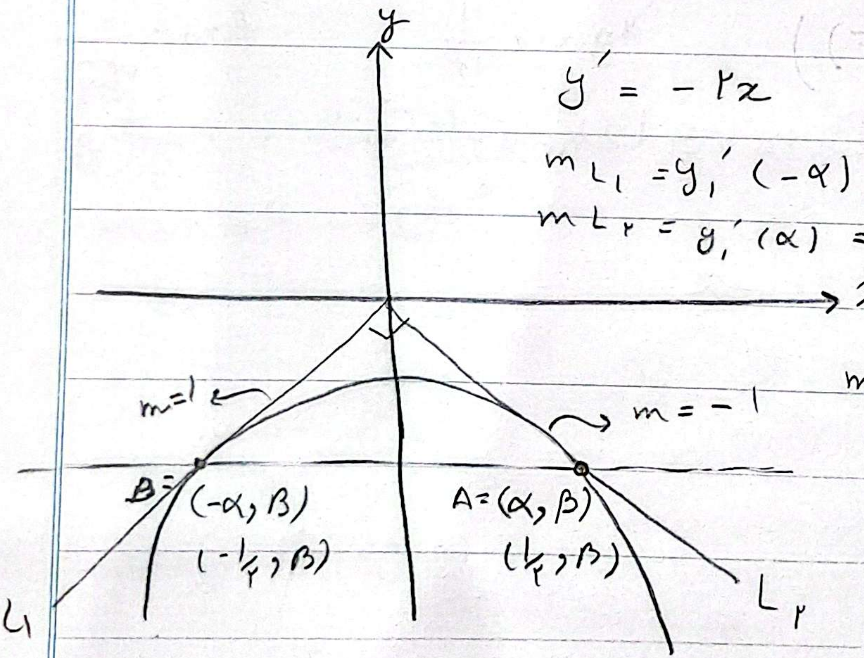
$$=\frac{-4\sin x}{x(1+\sin x)^2}$$

$$\lim_{x\to 0} g(x)=\lim_{x\to 0}\frac{-4\sin x}{x(1+\sin x)^2}=\lim\frac{-4}{(1+\sin x)^2}\times\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=$$

$$-4\times 1=-4$$

۷ - خط d موازی محور xها قرینهٔ $y=x^2+1$ نسبت به محور xها را در دو نقطه قطع کند
مماس‌ها عمود / فاصله d از مبدأ

$$y=x^2+1 \xrightarrow[\text{محور xها}]{\text{قرینه نسبت به}} y=-x^2-1$$



$$y'=-2x$$

$$m_{L_1}=y_1'(-\alpha)=-2(-\alpha)=2\alpha$$

$$m_{L_2}=y_1'(\alpha)=-2\alpha$$

$$m_{L_1}\cdot m_{L_2}=-1$$

$$-2\alpha\cdot 2\alpha=-1$$

$$\alpha^2=\frac{1}{4}\to\alpha=\pm\frac{1}{2}$$

$$\beta=y_1\left(\frac{1}{2}\right)=-\left(\frac{1}{2}\right)^2-1=\frac{-1}{4}-1=-\frac{5}{4}\to |\beta|$$ فاصله خط از مبدأ مختصات

$$|\beta|=\frac{5}{4}$$

مهتا محلیجی - پاسخ تکلیف

Date: Sub:

۸ - خط d از مبدأ مختصات $(0,0)$ می‌گذرد و بر نمودار $f(x)=2\sqrt{x}\,(4x^2+3)$ مماس است. شیب خط d ؟

$$f'(x)=\frac{2}{2\sqrt{x}}(4x^2+3)+(8x)(2\sqrt{x})=20x\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}$$

$$4x\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}+16x\sqrt{x}$$

$(\alpha, d\alpha)$ محل تماس خط و تابع

$$f(\alpha)=8\alpha^2\sqrt{\alpha}+6\sqrt{\alpha}=d\alpha$$

$$f'(\alpha)=20\alpha\sqrt{\alpha}+\frac{3}{\sqrt{\alpha}}=d \xrightarrow{\times\alpha} 20\alpha^2\sqrt{\alpha}+3\sqrt{\alpha}=d\alpha$$

$$d\alpha=20\alpha^2\sqrt{\alpha}+3\sqrt{\alpha}=8\alpha^2\sqrt{\alpha}+6\sqrt{\alpha}$$

$$12\alpha^2\sqrt{\alpha}=3\sqrt{\alpha}\longrightarrow 4\alpha^2=1\longrightarrow \alpha=\pm\frac{1}{2}$$

$-$ در دامنه نیست

$$f\left(+\frac{1}{2}\right)=8\left(\frac{1}{2}\right)^2\sqrt{\frac{1}{2}}+6\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{d}{2}\rightarrow\frac{8}{\sqrt{2}}=\frac{d}{2}$$

$$d=8\sqrt{2}$$

۹ - خط d از مبدأ مختصات $(0,0)$ می‌گذرد و بر $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{-2x^2+x+1}$ در نقطه A مماس است. نقطه A ؟

$$f'(x)=\frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(-2x^2+x+1)-(-4x+1)(\sqrt{x})}{(-2x^2+x+1)^2}$$

Date: Sub:

$$g(x) = \frac{-1}{\sqrt{x^2-1}} \qquad f(x) = (x[x])^2 - 10$$

مشتق تابع $f\circ g$ در $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$ چند برابر $-4\sqrt{5}$

$\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^- \to [x] \to [x] = 2 \to f(x) = (2x)^2$

$$g(x) = \frac{-1}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$(f\circ g)' \to \left(\frac{-2}{\sqrt{x^2-1}}\right)'$$

$$= \frac{0 - \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}(-2)}{x^2-1} = \frac{\frac{4x}{\sqrt{x^2-1}}}{x^2-1} \xrightarrow{x=\sqrt{5}/2} \frac{\frac{2\sqrt{5}}{1/2}}{1/4}$$

$$= \frac{4\sqrt{5}}{\frac{1}{4}} = 16\sqrt{5}$$

$$\frac{16\sqrt{5}}{-48\sqrt{5}} = -1/3$$