جواب سوال ۱۰ ← آهنگ متوسط $f(x)=\sin\cos 2x$ را در بازه داده شده حساب می کنیم:

۱۳۵

$$m_f=\frac{f(\frac{\pi}{2})-f(\frac{\pi}{4})}{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}}=\frac{-1}{\frac{\pi}{4}}=\frac{-4}{\pi}$$

$$\xrightarrow[g(x)=\underbrace{\sin^4 x-\cos^4 x}_{-\cos 2x}]{\text{آهنگ متوسط}} m_g=\frac{g(\frac{\pi}{2})-g(\frac{\pi}{4})}{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{\frac{\pi}{4}}=\frac{4}{\pi}$$

۲

$$\to \frac{m_f}{m_g}=\frac{\frac{-4}{\pi}}{\frac{4}{\pi}}=\boxed{-1}$$ جواب

عین رضایی

جواب سوال ۸

$$x=f^{-1}\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)\Rightarrow 1=\frac{-2}{(\sqrt{x}-1)^2}\times\frac{1}{2\sqrt{x}}\times(f^{-1})'\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)$$

$$\xrightarrow{(f^{-1})'(2)=?}\sqrt{x}+1=2\sqrt{x}-2\longrightarrow x=9$$

۲

$$1=\frac{-2}{(3-1)^2}\times\frac{1}{6}\times(f^{-1})'(2)\Rightarrow(f^{-1})'(2)=\boxed{-12}$$

جواب سوال ۳

نیم مماس راست $\Rightarrow f(x)=(4x-3)\sqrt{ax}\Rightarrow f'(x)=4\sqrt{ax}\Rightarrow$

$$f'_+(\tfrac{3}{4})=4\sqrt{\tfrac{3}{4}a}=\boxed{2\sqrt{3a}}$$

نیم مماس چپ $\Rightarrow f(x)=-(4x-3)\sqrt{ax}\Rightarrow f'(x)=-4\sqrt{ax}\Rightarrow f'_-(\tfrac{3}{4})=-4\sqrt{\tfrac{3}{4}a}=-2\sqrt{3a}$

اختلاف شیب ها : $\left|f'_+(\tfrac{3}{4})-f'_-(\tfrac{3}{4})\right|=2\sqrt{6}\longrightarrow 4\sqrt{3a}=2\sqrt{6}$

۲

$$\longrightarrow\sqrt{3a}=\frac{+\sqrt{6}}{2}\xrightarrow{\text{به توان ۲}}\boxed{a=\frac{1}{2}}$$

جواب سوال ۹ آهنگ متوسط تغییر $f(x)=(x^2+1)^3(ax+1)$ در بازه $[-1,0]$ برابر ۱۱- است:

$$\frac{f(0)-f(-1)}{0-(-1)}=-11\Rightarrow\frac{1-8(-a+1)}{1}=-11\longrightarrow a=\frac{-1}{2}$$

$$\longrightarrow f'(x)=3(x^2+1)^2(2x)(\tfrac{-1}{2}x+1)+(x^2+1)^3(\tfrac{-1}{2})$$

۲

$$\xrightarrow[x=-2(\frac{-1}{2})=1]{x=-2a} f'(-2a)=f'(1)=3\times4\times2\times\frac{1}{2}+8\times\frac{-1}{2}=12-4=\boxed{8}$$

جواب سوال ۵

$$\begin{cases} 7y - x = 5 \rightarrow y = \dfrac{x+5}{7} \\ y = \dfrac{ax-1}{3x+1} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} \frac{x+5}{7} = \frac{ax-1}{3x+1}$$

۲

$$\rightarrow (x+5)(3x+1) = 7(ax-1) \rightarrow 3x^2 + (16-7a)x + 12 = 0$$

$$\xrightarrow[\text{ریشه مضاعف}]{\Delta = 0} (16-7a)^2 - 4(3)(12) = 0 \rightarrow (16-7a)^2 = 144 \rightarrow 16-7a = \pm 12 \begin{cases} a = 4 \\ a = \frac{4}{7} \end{cases}$$

این نمی‌تونه باشه چون در این صورت $x=-2$ میشه ولی افتد تو ناحیه اول پس $a=4$ قبوله

$\boxed{a=4}$

جواب سوال ۴

$y = -ax + 2$

$f(4) = y(4) = -4a + 2 \qquad f'(4) = -a$

۲

$f(4) + f'(4) = -4a + 2 - a = -1 \longrightarrow \boxed{a = \frac{3}{5}} \rightarrow f'(4) = \cancel{-a} = \boxed{\frac{-3}{5}} \rightarrow$ جواب آخر

جواب سوال ۱

۱٫۵

$\tan^2 x + \sqrt{2}\cos x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{4}} 1 + \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2$

$g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = f'(2) = \sqrt{3}$

$g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3f'(2) = \sqrt{3} \longrightarrow f'(2) = \frac{1}{\sqrt{3}} \longrightarrow f'(2) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

۸

محسن رضایی

سوال ۱۲

$$f'\left(\frac{7\pi}{6}\right)-2g'\left(\frac{7\pi}{6}\right)=(f-2g)'\left(\frac{7\pi}{6}\right)$$

$$\rightarrow (f-2g)'=\left(\frac{8+\cos^3 x}{4-\cos^2 x}-\frac{4}{2-\cos x}\right)=\left(\frac{(\cos x+2)(\cos^2 x-2\cos x+4)}{(2-\cos x)(2+\cos x)}-\frac{4}{2-\cos x}\right)=$$

$$\left(\frac{\cos x(\cos x-2)}{-(\cos x-2)}\right)'=-(\cos x)'=\sin x \xrightarrow{x=7\pi/6} \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)=\frac{-1}{2}$$

سوال ۱۴

$$\begin{cases} f(2)=0 \longrightarrow 8+2a-b=0 \\ f'(2)=0 \longrightarrow 3x^2+a=0 \longrightarrow 12+a=0 \rightarrow a=-12 \end{cases}$$

$$\longrightarrow 2a-b=-8 \xrightarrow{a=-12} b=-16$$

$$b-a=-16-(-12)=-4$$

سوال ۱۷

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin^n(x^2)\times n\sin^{n-1}(x^2)\times\cos(x^2)\times(2x)}{\left(2\sin^2\frac{x}{2}\right)^m}\xrightarrow{\text{Sin}\approx}\lim_{x\to 0}\frac{(x^2)^n n(x^2)^{n-1}\times 2x}{\left(2\left(\frac{x}{2}\right)^2\right)^m}=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{2nx^{2n+2n-2+1}}{\left(\frac{x^2}{2}\right)^m}=\lim_{x\to 0}\frac{2nx^{4n-1}}{\frac{1}{2^m}x^{2m}}=\lim_{x\to 0}2^{m+1}n\,x^{4n-2m-1}$$

حاصل حد عدد غیر متناهی غیرصفر ← توان صفر شد

$$\begin{cases} 4n-2m-1=0 \longrightarrow n=\frac{2m+1}{4} \\ 2^{m+1}n=32\sqrt{2} \end{cases} \longrightarrow 2^{m+1}\times\frac{2m+1}{4}=32\sqrt{2}\rightarrow(2m+1)2^{m+1}=2^7\sqrt{2}\longrightarrow m=\frac{7}{2},\ n=2$$

$$2m+n=9$$