نام و نام خانوادگی ......[redacted]...... ۱۲٫۵ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس [redacted]......

۱

$\sqrt{۳}$

$g'(x)=(۲\tan x-\sqrt{۲}\sin x)\,f'(\tan^۲x+\sqrt{۲}\cos x)$ $\boxed{x=۴۵^\circ}$

$\cancel{g'(\frac{\pi}{۴})}\ ۲-\cancel{\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}}^{۱}\times f'(۲)$ $\rightarrow\boxed{f'(۲)=\sqrt{۳}}$

$\sqrt{۳}$ جواب

۱٫۵

$g'(x)=(۲\tan x(۱+\tan^۲x)-\sqrt{۲}\sin x)f'(\tan^۲x+\sqrt{۲}\cos x))$

$\xrightarrow{x=\pi/۴} g'(\frac{\pi}{۴})=۳f'(۲)=\sqrt{۳}\rightarrow f'(۲)=\frac{۱}{\sqrt{۳}}\rightarrow f'(۲)=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۲

$f'(x)$ ~~$(۴\cos^۲x)-(۸+۴\cos^۳x)(\sin x)$~~

$g'(x)=\frac{۰-(+۲\sin x)}{(۲-\cos x)^۲}$ میشه $g'(\frac{۷\pi}{۶})$

$-۲g'(\frac{۷\pi}{۶})=\frac{-۴\sin x}{(۲-\cos x)^۲}$

$\frac{۶\sin x}{(۲-\cos x)^۲}=-\frac{۱}{۶}$ جواب

۳

$f'(x)=$

$۲\cos x\times(-\sin x)$

$f(x)=\frac{(\cancel{۲}+\cos x)(۴+\cos^۲x-۲\cos x)}{(\cancel{۲}+\cos x)(۲-\cos x)}=\frac{-۲\cos x\sin x+۲\sin x}{۲-\cos x}$

مشتق $f'(x)=\frac{-۲\sin x}{(۲-\cos x)^۲}$ $\frac{۷\pi}{۶}$

۳

۱/۲

مماس راست $\rightarrow ۴x-۳(\sqrt{ax})\rightarrow ۴(\sqrt{ax})+\frac{a}{۲\sqrt{ax}}\cancel{\times ۴x-۳}=۴\sqrt{\frac{۳}{۴}a}$

مماس چپ $\rightarrow +۳-۴x(\sqrt{ax})\rightarrow -۴(\sqrt{ax})+\frac{a}{۲\sqrt{ax}}(\cancel{۳-۴x})=-۴\sqrt{\frac{۳}{۴}}a$

۲

$۸\sqrt{\frac{۳}{۴}a}=۲\sqrt{۶}$

$\frac{\sqrt{\frac{۳}{۴}a\times۲۴}}{۱۲}=\sqrt{۲۴}$

$a=\frac{۲۴}{۴۸}=\frac{۱}{۲}$ جواب ✓

۴

$y=-ax+۲$ $f(۴)+$ $f'(۴)=-۱$

$f(۴)$

$f'(x)=-a$ $-۵a+۲=-۱$

$f(۴)=-۴a+۲$ $\boxed{a=۳/۵}$

$f'(۴)=-a=-\frac{۳}{۵}$ جواب ✓

۲

۵

$\frac{ax-۱}{۳x+۱}=\frac{x}{۷}+\frac{۵}{۷}\rightarrow ۷(ax-۱)=x(۳x+۱)+۵(۳x+۱)$

$y=\frac{۱}{۷}x+\frac{۵}{۷}$

$\frac{۱}{۷}=\frac{a(۳x+۱)-(ax-۱)۳}{(۳x+۱)^۲}$ $ax+a$ $۳ax+۳$ $a+۳$

$۷a+۲۱=۹x^۲+۱+۶x$

$۹x^۲+۶x+۷a-۲۰=۰$

$۷a-۲۰=۴$

$a=\frac{۲۴}{۷}=۳$

۰

$\rightarrow ۷ax-۷=۳x^۲+x+۱۵x+۵\rightarrow ۳x^۲+(۱۶-۷a)x+۱۲=۰\xrightarrow{\Delta=۰}(۱۶-۷a)^۲-۴(۳)(۱۲)=۰\rightarrow\begin{cases}a=\frac{۴}{۷}\\a=۴\end{cases}$

$۳x^۲+(۱۶-۷a)x+۱۲\xrightarrow[\text{مضاعف}]{}x=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۱۶+۷a}{۶}\rightarrow\begin{cases}a=۴\rightarrow x=۲\ ✓\\a=\frac{۴}{۷}\rightarrow x=-۲\ ✗\end{cases}$

۶

۱٫۵

$f'(x)=۳x^۲+a$

$۱۲+a=۰$ $\boxed{a=-۱۲}$

$۸-\cancel{۱۲\times۲}+b=۰$ ۲۴ $\boxed{b=۱۶}$

$۱۶-(-۱۲)=\textcircled{۲۸}$

جواب

$\to ۲a-b=-۸\xrightarrow{a=-۱۲}b=-۱۶$

$b-a=-۱۶-(-۱۲)=-۴$

۷

۰

$$\lim_{x\to۰}\frac{\sin^n(x^۲)\times n\sin^{n-۱}(x^۲)\times\cos(x^۲)\times(۲x)}{(۲\sin^۲\frac{x}{۲})^m}\xrightarrow{\text{هم‌ارزی}}\lim_{x\to۰}\frac{(x^۲)^n n(x^۲)^{n-۱}\times۲x}{(۲(\frac{x}{۲})^۲)^m}=$$

$$\lim_{x\to۰}\frac{۲nx^{۲n+۲n-۲+۱}}{(\frac{x^۲}{۲})^m}=\lim_{x\to۰}\frac{۲nx^{۴n-۱}}{\frac{۱}{۲^m}x^{۲m}}=\lim_{x\to۰}۲^{m+۱}nx^{۴n-۲m-۱}$$

حاصل حد عدد غیرصفر متناهی غیرصفر ← توان x صفر

$$\begin{cases}۴n-۲m-۱=۰\to n=\frac{۲m+۱}{۴}\\ ۲^{m+۱}n=۳۲\sqrt{۲}\end{cases}\to ۲^{m+۱}\times\frac{۲m+۱}{۴}=۳۲\sqrt{۲}\to(۲m+۱)۲^{m+۱}=۲^۷\sqrt{۲}\to m=\frac{۷}{۲}$$

$n=۲$

$۲m+n=۹$

۸

۰٫۵

$$y=\frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}-۱}\times\frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}+۱}\to\frac{(\sqrt{x}+۱)^۲}{x-۱}$$

$$f^{-۱}(x)=\frac{(\sqrt{y}+۱)^۲}{y-۱}$$

$$x=\frac{\sqrt{y}+۱}{\sqrt{y}-۱}$$

$x\sqrt{y}-x=\sqrt{y}-۱$

$\sqrt{y}(x-۱)=x-۱$

$$f(x)=\frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}-۱}\to\sqrt{x}y-y=\sqrt{x}+۱\to\sqrt{x}(y-۱)=y+۱\to$$

$$\sqrt{x}=\frac{y+۱}{y-۱}\to x=\left(\frac{y+۱}{y-۱}\right)^۲\to y=\left(\frac{x+۱}{x-۱}\right)^۲$$

$$f^{-۱}(x)=\left(\frac{x+۱}{x-۱}\right)^۲\to(f^{-۱})'=۲\left(\frac{x+۱}{x-۱}\right)\times\frac{-۲}{(x-۱)^۲}\to(f^{-۱}(۲))'=۲\times۳\times(-۲)=-۱۲$$

۹

۱

جواب ④

$\boxed{x=-۱}\to۸(-a+۱)=-۸a+۸$

$\frac{۴+۸a-۸}{۱}=$ $۸a-۷=-۱۱$ $\boxed{a=-\frac{۱}{۲}}$ ✓

$x=۰\to۱\times۱=۱$

$y'=۳(x^۲+۱)^۲(ax+۱)+a(x^۲+۱)^۳$ $x=۱$

در $x=۱$

$۳\times\cancel{۴}\times(\frac{-۱}{۲}+۱)+۸a\,\frac{-۱}{۲}=\textcircled{۲}$ ← غلط

$$f'(x)=۳(۲x)(x^۲+۱)^۲(ax+۱)+a(x^۲+۱)^۳\xrightarrow[a=\frac{-۱}{۲}]{x=۱}$$

$$۳(۲\times۱)(۱+۱)^۲\left(-\frac{۱}{۲}\times۱+۱\right)+-\frac{۱}{۲}(۱+۱)^۳=۸$$

۱۰

۲

$x=\frac{\pi}{۴}\to۱\times\cancel{\cos\frac{\pi}{۲}}^{۰}=۰$ $x=\frac{\pi}{۲}\to۱\times-۱=\textcircled{-۱}$

$$\frac{-۱-۰}{\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۴}}=\frac{-۱}{\frac{\pi}{۴}}=\textcircled{-\frac{۴}{\pi}}$$

$y=\sin^۲x-\cos^۲x=-\cos۲x\to\frac{\pi}{۴}$ $-\cos\frac{\pi}{۲}=\textcircled{۰}$ $-\cos\pi=\textcircled{۱}$

$$\frac{۱-۰}{\frac{\pi}{۴}}=\frac{۴}{\pi}$$

✓ $\frac{-۴/\pi}{۴/\pi}=\textcircled{-۱}$? ۰/۵