

۱۲

حالا مجموعی، دوازدهم.

(۴) با استفاده از اتحاد خطی می‌توانیم در $n \leq 4$ داریم:

$$f'(x) = a \quad f(x) = x - ka$$

$$\Rightarrow f(x) + f'(x) = 1 \Rightarrow x - ka - a = 1 \Rightarrow 2a = x$$

$$a = \frac{x}{2} \Rightarrow \boxed{f'(x) = 0,4} \quad \checkmark$$

(۲)

(۵)

$$\begin{cases} y = \frac{n+d}{v} \\ y = \frac{an-1}{3n+1} \end{cases} \Rightarrow \frac{n+d}{v} = \frac{an-1}{3n+1}$$

$$\Rightarrow 3n^2 + 14n + d = 3an - v \Rightarrow 3n^2 + (4-v)a n + 12 = 0$$

چون a ضرایب دارد، می‌توانیم به صورت مربع کامل بنویسیم و چون محل تلاقی

خاصه اول است معادله به صورت $3(n-2)^2$

$$\Rightarrow 14 - va = -12 \Rightarrow va = 26 \Rightarrow \boxed{a = 4} \quad \checkmark$$

(۶) برای اینکه تابع f در نقطه ای به طول ۲ به محور n مماس باشد باید $f'(x) = 0$

$$\Rightarrow f'(n) = 3n^2 + a$$

$$f'(x) = 0$$

$$\begin{cases} f(x) = 0 \Rightarrow 1 + 2a - b = 0 \\ f'(x) = 0 \Rightarrow 12 + a = 0 \end{cases} \Rightarrow b = 14$$

$$\Rightarrow 12 + a = 0 \Rightarrow a = -12$$

$$\boxed{b - a = 26} \quad \checkmark$$

۱ : ضابطه‌ی دایره تابع

$$y = \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n-1}} \rightarrow \sqrt{n}y - y = \sqrt{n+1} \rightarrow \sqrt{n}y - \sqrt{n} = y + 1$$

$$\rightarrow \sqrt{n}(y-1) = y+1 \rightarrow \sqrt{n} = \frac{y+1}{y-1} \Rightarrow n = \left(\frac{y+1}{y-1}\right)^2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(n) = \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^2$$

/ $n \leq 2$ جای ندارد پس نیست

ثبات

$$\rightarrow 2\left(\frac{n+1}{n-1}\right)' \left(\frac{1(n-1) - 1(n+1)}{(n-1)^2} \right) \stackrel{m=2}{=} 2(2)(-2) = -12 \quad \checkmark$$

۹

آلفای تغییر متوسط در $[-1, 0]$

$$\Rightarrow \frac{f(0) - f(-1)}{0 - (-1)} = \frac{1 - (\lambda(1-a))}{1}$$

$$\lambda a - \lambda = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{\lambda}$$

آلفای گسسته تغییر در $n=1$ برای تابع

$$f(n) = (n^2+1)^2 \left(-\frac{n}{\lambda} + 1\right)$$

$$f'(n) = 2(n)(n^2+1)^2 \left(-\frac{n}{\lambda} + 1\right) - \frac{1}{\lambda} (n^2+1)^2$$

$$\Rightarrow f'(1) = 2(1)(2)^2 \left(-\frac{1}{\lambda} + 1\right) - \frac{1}{\lambda} (2)^2 = 12 - \frac{4}{\lambda} = 12 - 4 = 8 \quad \checkmark$$

سوال ۱

$$g(u) = (r \tan u (1 + \tan^2 u - \sqrt{r} \sin u) f'(\tan u + \sqrt{r} \cos u))$$

$$u = \frac{r}{\sqrt{r}} \rightarrow g'(\frac{r}{\sqrt{r}}) = r f'(r) = \sqrt{r} \rightarrow f'(r) = \frac{1}{\sqrt{r}} \rightarrow f(r) = \frac{\sqrt{r}}{r}$$

سوال ۲

$$f'(\frac{\sqrt{r}}{r}) - r g'(\frac{\sqrt{r}}{r}) = (f - r g)'(\frac{\sqrt{r}}{r})$$

$$\rightarrow (f - r g)' = \left(\frac{1 + \cos^2 u}{r - \cos^2 u} - \frac{r}{r - \cos^2 u} \right) = \left(\frac{(\cos u + r)(\cos^2 u - r \cos u + r)}{(r - \cos^2 u)(r + \cos^2 u)} - \frac{r}{r - \cos^2 u} \right) =$$

$$\left(\frac{\cos(\cos u - r)}{-(\cos^2 u - r)} \right)' = -(\cos^2 u)' = \sin u \xrightarrow{u = \frac{\sqrt{r}}{r}} \sin\left(\frac{\sqrt{r}}{r}\right) = \frac{-1}{r}$$

سوال ۳

$$u \rightarrow \left(\frac{r}{r}\right)^+ \rightarrow f(u) = (r - r) \sqrt{a} \rightarrow f'(u) = r \sqrt{a} \quad \text{مشتق حاصل از مشتق}$$

$$\rightarrow f'_+\left(\frac{r}{r}\right) = r \sqrt{\frac{r}{r}} a$$

$$u \rightarrow \left(\frac{r}{r}\right)^- \rightarrow f(u) = (r - r) \sqrt{a} \rightarrow f'(u) = -r \sqrt{a} \quad \text{مشتق حاصل از مشتق}$$

$$f'_-\left(\frac{r}{r}\right) = -r \sqrt{\frac{r}{r}} a$$

$$\rightarrow f'_+\left(\frac{r}{r}\right) - f'_-\left(\frac{r}{r}\right) = r \sqrt{\frac{r}{r}} a = r \sqrt{a} \rightarrow \sqrt{\frac{r}{r}} a = \frac{\sqrt{r}}{r} \rightarrow \frac{r}{r} a = \frac{r}{r} \rightarrow a = \frac{1}{r}$$

سوال ۴

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin^n(u^r) \times n \sin^{n-1}(u^r) \times \cos(u^r) \times (r_n)}{(r \sin^r \frac{u}{r})^m} \xrightarrow{\text{Simp}} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(u^r)^n n (u^r)^{n-1} \times r_n}{(r (\frac{u}{r})^r)^m} =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r_n u^{n+r-1}}{(\frac{u^r}{r})^m} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r_n u^{n-1}}{\frac{1}{r^m} u^{rm}} = \lim_{n \rightarrow \infty} r^{m+1} n u^{n-rm-1} \quad \text{حاصل حد بدست می آید غیر صاف به سمت چپ و راست}$$

$$\begin{cases} r_n - r_{n-1} = 0 \rightarrow r = \frac{r_{n+1}}{r} \rightarrow r^{m+1} \times \frac{r_{n+1}}{r} = r^m \sqrt{r} \rightarrow (r_{n+1}) r^{m+1} = r^m \sqrt{r} \rightarrow m = \frac{r}{r} \\ r^{m+1} n = r^m \sqrt{r} \end{cases} \quad r_{n+1} = r$$