نام و نام خانوادگی ...آنیا [illegible]... ۱۷٫۷۵ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۳ کلاس دوازدهم تجربی A

۱

$g(x)=f(\tan^{۲}x+\sqrt{۲}\cos x)$

$g'(x)=(۲\tan x+۲\tan^{۳}x-\sqrt{۲}\sin x)f'(\tan^{۲}x+\sqrt{۲}\cos x)$ $\quad g'(\frac{\pi}{۴})=\sqrt{۳}$

$\Rightarrow g'(\frac{\pi}{۴})=(۲+۲-\sqrt{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲}))f'(۱+\sqrt{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲}))\Rightarrow ۳\times f'(۲)=\sqrt{۳}$

۲

$\Rightarrow f'(۲)=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ✓

۲

$f(x)=\frac{۸+\cos^{۳}x}{۴-\cos^{۲}x}=\frac{\cancel{(۲+\cos x)}(\cos^{۲}x-۲\cos x+۴)}{\cancel{(۲+\cos x)}(۲-\cos x)}$ $\quad (f-۲g)(x)=\frac{\cos^{۲}x-۲\cos x\cancel{+۴}\cancel{-۴}}{۲-\cos x}$

$=\frac{\cos x\cancel{(\cos x-۲)}}{-\cancel{(\cos x-۲)}}=-\cos x$ $\quad (f-۲g)'(x)=-\sin x$

۱٫۷۵

$(f-۲g)'(\frac{۷\pi}{۶})=+\sin(\frac{۷\pi}{۶})=+(-\frac{۱}{۲})=\boxed{-\frac{۱}{۲}}$

۳

$f'_{+}(x)=(۴\times\sqrt{ax})+(\frac{a}{۲\sqrt{ax}}\times(۴x-۳))\longrightarrow f'_{+}(\frac{۳}{۴})=۲\sqrt{۳a}$

$f'_{-}(x)=(-۴\times\sqrt{ax})+(\frac{a}{۲\sqrt{ax}}\times(۳-۴x))\longrightarrow f'_{-}(\frac{۳}{۴})=-۲\sqrt{۳a}$

۲

$f'_{+}(\frac{۳}{۴})-f'_{-}(\frac{۳}{۴})=\overset{۲}{\cancel{۴}}\sqrt{۳a}=\cancel{۲}\sqrt{۶}\rightsquigarrow ۱۲a=۶\Rightarrow\boxed{a=\frac{۱}{۲}}$ ✓

۴

$y=-ax+۲\longrightarrow f(۴)=-۴a+۲\quad f'(۴)=-a$

$f(۴)+f'(۴)=-۱\Rightarrow -۴a+۲-a=-۱\quad ۳=۵a\quad a=\frac{۳}{۵}$

۲

$f'(۴)=-a=\boxed{-\frac{۳}{۵}}$ ✓

۵

$y=\frac{ax-۱}{۳x+۱}\longrightarrow y'=\frac{a+۳}{(۳x+۱)^{۲}}$ $\quad y=\frac{x+۵}{۷}$

۲

$\frac{a+۳}{(۳x+۱)^{۲}}=\frac{۱}{۷}\longrightarrow ۳x^{۲}+۱۶x+۱۲=۷ax$

$\xrightarrow{\div x} ۳x+۱۶+\frac{۱۲}{x}=۷a$

$\frac{ax-۱}{۳x+۱}=\frac{x+۵}{۷}\rightarrow ۹x^{۲}+۶x=۷a$

$\Big\}\longrightarrow ۹x^{۳}+۳x^{۲}-۱۶x-۱۲=۰$

$\boxed{x=\frac{۴}{۳}}\longrightarrow ۷a=۹x^{۲}+۶x=۲۴\quad a=\frac{۲۴}{۷}$

✓ $\boxed{a=۴}$

۶	$f'(۲)=۰ \to f'(x)=۳x^۲+a \rightsquigarrow ۰=۱۲+a$ $\boxed{a=-۱۲}$ $f(۲)=۰ \to f(x)=x^۳-۱۲x-b \rightsquigarrow ۰=۸-۲٤-b$ $\boxed{b=-۱۶}$ ② $b-a=-۱۶\overset{+}{\cancel{-}}(-۱۲)=\boxed{-٤}$ ✓
۷	$f(x)=\sin^n(x^۲) \longrightarrow f'(x)=۲nx\sin^{n-۱}(x^۲)\cos(x^۲)$ $\lim_{x\to۰}\frac{f(x)f'(x)}{(۱-\cos x)^m}=\lim\frac{۲nx\sin^{۲n-۱}(x^۲)\cos(x^۲)}{(۱-\cos x)^m}\xrightarrow{\text{هم‌ارزی}}\frac{۲nx^{٤n-۱}}{\frac{x^{۲m}}{۲^m}}=۲^{m+۱}nx^{٤n-۱-۲m}$ ② $\to ٤n-۱-۲m=۰ \longrightarrow m=\frac{٤n-۱}{۲}$ $۲^{m+۱}n=۳۲\sqrt{۲} \longrightarrow ۲^{\frac{٤n+۱}{۲}}=۲^{\frac{۱۱}{۲}}$ $\longrightarrow \boxed{n=۲}$ $\boxed{m=\frac{۷}{۲}}$ $\rightsquigarrow ۲m+n=۷+۲=\boxed{۹}$ ✓
۸	ابتدا $f'(۲)$ را پیدا می‌کنیم سپس آن را قرینه معکوس می‌کنیم. α ابتدا $f^{-۱}$ سپس از آن مشتق می‌گیریم. $f(x)=\frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}-۱}$ $f'(x)=\frac{\left(\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\times(\sqrt{x}-۱)\right)-\left(\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\times(\sqrt{x}+۱)\right)}{(\sqrt{x}-۱)^۲}=\frac{-۱}{(\sqrt{x})(\sqrt{x}-۱)^۲}$ (جواب سوال پایین صفحه) ① $f'(۲)=\frac{-۱}{۳\sqrt{۲}-٤}\xrightarrow{\text{قرینه معکوس}}\boxed{۳\sqrt{۲}-٤}$
۹	$f(x)=(x^۲+۱)^۳(ax+۱) \Longrightarrow f'(x)=۳(x^۲+۱)(۲x)(ax+۱)+(a)(x^۲+۱)^۳$ $\frac{f(۰)-f(-۱)}{۰\overset{+}{\cancel{-}}(-۱)}=-۱۱ \longrightarrow f(۰)-f(-۱)=-۱۱ \to ۱-۸+۸a=-۱۱$ ② $\boxed{a=-\frac{۱}{۲}}$ $f'(-۲a)=f'(۱)=\boxed{۸}$ ✓
۱۰	$f(x)=\sin x\cos۲x \Rightarrow f(\frac{\pi}{۲})=۱\times-۱=-۱$ $f(\frac{\pi}{٤})=۰$ $g(x)=\sin^٤x-\cos^٤x \Rightarrow g(\frac{\pi}{۲})=۱$ $g(\frac{\pi}{٤})=۰$ ② $\frac{\frac{f(\frac{\pi}{۲})-f(\frac{\pi}{٤})}{\cancel{\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{٤}}}}{\frac{g(\frac{\pi}{۲})-g(\frac{\pi}{٤})}{\cancel{\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{٤}}}}=\frac{f(\frac{\pi}{۲})-\cancel{f(\frac{\pi}{٤})}}{g(\frac{\pi}{۲})-\underset{۰}{\cancel{g(\frac{\pi}{٤})}}}=\frac{-۱}{۱}=\boxed{-۱}$ ✓

سوال ۸

$f(x)=\frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}-۱} \to \sqrt{x}y-y=\sqrt{x}+۱ \longrightarrow \sqrt{x}(y-۱)=y+۱ \to \sqrt{x}=\frac{y+۱}{y-۱} \to x=\left(\frac{y+۱}{y-۱}\right)^۲ \longrightarrow y=\left(\frac{x+۱}{x-۱}\right)^۲$

$f^{-۱}(x)=\left(\frac{x+۱}{x-۱}\right)^۲ \to (f^{-۱})'=۲\left(\frac{x+۱}{x-۱}\right)\times\frac{-۲}{(x-۱)^۲} \longrightarrow (f^{-۱}(۲))'=۲\times۳\times(-۲)=-۱۲$