

سوال ۵ - هرگاه ۲ عضو به هم مماس باشند ریشه ی مضاعف دارد.

به صورت مربع کامل $\Delta = 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} y = \frac{x+5}{v} \\ y = \frac{ax-1}{3x+1} \end{cases} \Rightarrow \frac{x+5}{v} = \frac{ax-1}{3x+1} \Rightarrow 3x^2 + 14x + 5 = vax + v$$

$$\Rightarrow 3x^2 + (14 - va)x + 12 = 0 \quad I$$

این معادله چون ریشه مضاعف دارد می توان آن را به صورت مربع کامل نوشت پس چون یل تباری ضمیمه اول است معادله به صورت $3(x-2)^2$ است پس:

$$\Rightarrow 14 - va = -12 \Rightarrow va = 26 \Rightarrow a = 4$$

سوال ۸ - ابتدا ضابطه وارون تابع داده شده را به دست می آوریم

$$y = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \Rightarrow \sqrt{x}y - y = \sqrt{x}+1 \Rightarrow \sqrt{x}y - \sqrt{x} = y+1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}(y-1) = y+1 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{y+1}{y-1} \Rightarrow x = \left(\frac{y+1}{y-1}\right)^2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$$

اکنون از تابع مقلوس مشتق گرفته و به ۵ عدد را قرار می دهیم.

$$\text{مشتق} = 2 \left(\frac{x+1}{x-1}\right) \left(\frac{1(x-1) - 1(x+1)}{(x-1)^2}\right) \Rightarrow m = 2(3)(-2) = -12$$

سوال ۹ - $\Rightarrow \frac{f(0) - f(-1)}{0 - (-1)} = \frac{1 - (1(1-a))}{1} = 1a - 1 = -11$
در $[-1, 0]$ $\Rightarrow a = -\frac{1}{1}$

همد لحظه ای تغییر در a برای تابع $f(x) = (x^2+1)^3 \left(-\frac{x}{4}+1\right)$ مد نظر است:

$$f'(x) = 3(x^2+1)^2 \left(-\frac{x}{4}+1\right) - \frac{1}{4}(x^2+1)^3$$

$$\Rightarrow f'(1) = 3 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 12 - \frac{1}{4} = 11\frac{3}{4}$$

سوال ۱۰ - آهنگ تغییر متوسط توابع داده شده عبارت است از $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$

۲۷ سوال ۱۴۴۵
6 May 2024

را می یابیم.

$$y = \sin x \cos 2x = \frac{y(\frac{\pi}{4}) - y(\frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}} = \frac{\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{4}}$$

$$\Rightarrow \frac{1 \times (-1) - 0}{\frac{\pi}{4}} = -\frac{4}{\pi}$$

$$y = \sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x)$$

$$\Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = -\cos 2x$$

$$\frac{y(\frac{\pi}{4}) - y(\frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}} = \frac{-\cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{-(-1) + 0}{\frac{\pi}{4}} = \frac{4}{\pi}$$

$$-\frac{4}{\pi} = -1 \quad \checkmark$$

سوال ۱)

$$g(u) = (r \tan u (1 + \tan^2 u - \sqrt{r} \sin u) f'(\tan u + \sqrt{r} \cos u))$$

$$u = \frac{\sqrt{r}}{r} \rightarrow g'(\frac{\sqrt{r}}{r}) = r f'(r) = \sqrt{r} \rightarrow f'(r) = \frac{1}{\sqrt{r}} \rightarrow f(r) = \frac{\sqrt{r}}{r}$$

سوال ۲)

$$f'(\frac{\sqrt{r}}{r}) - r g'(\frac{\sqrt{r}}{r}) = (f - r g)'(\frac{\sqrt{r}}{r})$$

$$\rightarrow (f - r g)' = \left(\frac{1 + \cos^2 u}{r - \cos^2 u} - \frac{r}{r - \cos^2 u} \right) = \left(\frac{(\cos u + r)(\cos^2 u - r \cos^2 u + r)}{(r - \cos^2 u)(r + \cos^2 u)} - \frac{r}{r - \cos^2 u} \right) =$$

$$\left(\frac{\cos(\cos u - r)}{-(\cos^2 u - r)} \right)' = -(\cos^2 u)' = \sin u \xrightarrow{u = \frac{\sqrt{r}}{r}} \sin\left(\frac{\sqrt{r}}{r}\right) = \frac{-1}{r}$$

سوال ۳)

$$u \rightarrow \left(\frac{r}{r}\right)^+ \rightarrow f(u) = (r_u - r) \sqrt{a u} \rightarrow f'(u) = r \sqrt{a u} \quad \text{مشتق عامل دیر شونده}$$

$$\rightarrow f'_+\left(\frac{r}{r}\right) = r \sqrt{\frac{r}{r}} a$$

$$u \rightarrow \left(\frac{r}{r}\right)^- \rightarrow f(u) = (r - r_u) \sqrt{a u} \rightarrow f'(u) = -r \sqrt{a u} \quad \text{مشتق عامل دیر شونده}$$

$$f'_-\left(\frac{r}{r}\right) = -r \sqrt{\frac{r}{r}} a$$

$$\rightarrow f'_+\left(\frac{r}{r}\right) - f'_-\left(\frac{r}{r}\right) = 1 \sqrt{\frac{r}{r}} a = r \sqrt{a} \rightarrow \sqrt{\frac{r}{r}} a = \frac{\sqrt{r}}{r} \rightarrow \frac{r}{r} a = \frac{r}{r} \rightarrow a = \frac{1}{r}$$

سوال ۴)

$$y = -a x + r$$

$$f(r) = -r a + r, \quad f'(r) = -a$$

$$f(r) + f'(r) = -r a + r - a = -1 \rightarrow a = \frac{r}{a} \rightarrow f'(r) = -a = -\frac{r}{a} = -\sqrt{r}$$

سوال ۵)

$$\begin{cases} f(r) = 0 \rightarrow 1 + r a - b = 0 \\ f'(r) = 0 \rightarrow r a + a = 0 \rightarrow 1 r + a = 0 \rightarrow a = -1 r \end{cases}$$

$$\rightarrow r a - b = -a \xrightarrow{a = -1 r} b = -1 r \quad b - a = -1 r - (-1 r) = -r$$

سوال ۶)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin^n(n^r) \times n \sin^{n-1}(n^r) \times \cos(n^r) \times (n u)}{(r \sin^r \frac{n}{r})^m} \xrightarrow{\text{Simp}} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2^n)^n (2^n)^{n-1} \times n u}{(r (\frac{n}{r})^r)^m} =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n u^{n+1} \times n^{n-1}}{(r \frac{n}{r})^m} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n u^{n+1} \times n^{n-1}}{\frac{1}{r^m} n^m} = \lim_{n \rightarrow \infty} r^{m+1} \times n^{n-1} \quad \text{حاصل حد بدست می آید غیر صفری و نه بی نهایت}$$

$$\begin{cases} n^{n-1} = 0 \rightarrow n = \frac{n+1}{r} \rightarrow r^{m+1} \times \frac{n+1}{r} = r \sqrt{r} \rightarrow (n+1) r^{m+1} = r \sqrt{r} \rightarrow n = \frac{r}{r} \\ n = r \end{cases} \quad n + n = 9$$