۱۷/۵

Subject شماره تکلیف: ۲ Date دوازدهم دختر A روشنا الوسی

۱) $f(x)=(x+1)^2+(3x-1)^2+mx^2+nx+mn \Rightarrow$ تابع ثابت

۲

$\Rightarrow f(x)=x^2+2x+1+9x^2-6x+1+mx^2+nx+mn$

$\Rightarrow f(x)=(10+m)x^2+(n-4)x+mn+2 \xrightarrow[\text{است}]{f(x)\ \text{تابع ثابت}} \begin{cases} 10+m=0 \Rightarrow m=-10 \\ n-4=0 \Rightarrow n=4 \end{cases}$

$g(x)=\{(4,m),(n,p+1),(p+2,-1),(-9,p+k)\}$

$(4,-10),(4,p+1) \Rightarrow p+1=-10 \Rightarrow p=-11$

$\Rightarrow (p+2,-1)=(-9,-1) \Rightarrow (-9,-1)=(-9,p+k)=(-9,k-11) \Rightarrow k-11=-1 \Rightarrow k=10$

$\Rightarrow \boxed{m+n+p+k=(-10)+4+(-11)+10=-7}$

۲) الف) $y=\sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}} \Rightarrow \dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8} \geq 0$

۲

$\Rightarrow x=2$ ریشه مضاعف

$\Rightarrow \dfrac{x-2}{(x^2-4)(x^2+2)} \geq 0 \Rightarrow \dfrac{x-2}{(x-2)(x+2)(x^2+2)} \geq 0 \Rightarrow$

$x=2 \quad x^2=-2$ ریشه ندارد

	-2		2^*	
$-$		$+$		$+$
		ج		ج

$\Rightarrow \boxed{\text{دامنه تابع}=(-2,2)\cup(2,+\infty)\ \text{یا}\ (-2,+\infty)-\{2\}}$

ب) $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]} \Rightarrow 4-2[-x]\neq 0 \Rightarrow -2[-x]\neq -4 \Rightarrow [-x]\neq 2$

$\Rightarrow -x \notin [2,3) \Rightarrow x \notin (-3,-2]$

$\Rightarrow \boxed{D_f=\mathbb{R}-(-3,-2]}$

Subject ______ Date ______ رونیا ابوسی

۳) الف) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}} \Rightarrow x(x^2-1)\geq 0 \Rightarrow \overset{0}{\overset{\uparrow}{x}}(\overset{1}{\overset{\uparrow}{x-1}})(\overset{-1}{\overset{\uparrow}{x+1}})\geq 0$

① $x\in[-1,0]\cup[1,+\infty) \Leftarrow$

	-1		0		1	
$-$		$+$		$-$		$+$
		ج				ج

۲

$\Rightarrow |x|+x>0 \Rightarrow |x|>-x \Rightarrow x\in\mathbb{R}^+$ یا $(0,+\infty)$ ②

$\Rightarrow D_f = ①\cap② = \boxed{[1,+\infty)}$

ب) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1} \Rightarrow |x-2|-x^2\geq 0$

$\xrightarrow{x\geq 2} -x^2+x-2\geq 0 \Rightarrow a<0$ و $\Delta<0$ ($\to b^2-4ac<0$) $\Rightarrow$ این عبارت ریشه ندارد و max دارا است

همواره منفی است. ← غ ق ق

$\xrightarrow[\text{B}]{x<2} 2-x-x^2\geq 0 \Rightarrow x^2+x-2\leq 0 \Rightarrow (x+2)(x-1)\leq 0 \to$

	-2		1	
$+$		$-$		$+$
		ج		

A∩B $\Rightarrow x\in[-2,1]$ ① A $x\in[-2,1]$

$\Rightarrow |x|-1\neq 0 \Rightarrow |x|\neq 1 \Rightarrow x\neq \pm 1$ ② $\Rightarrow D_f=①\cap② = \boxed{[-2,1)-\{-1\}}$

۴) $y=\dfrac{1}{||x-2|-1|-k} \Rightarrow ||x-2|-1|-k\neq 0 \Rightarrow ||x-2|-1|\neq k$

۱/۵

$\Rightarrow |x-2|-1\neq \pm k \Rightarrow |x-2|\neq 1\pm k$

$\to |x-2|\neq 1+k \Rightarrow x-2\neq 1+k \Rightarrow x\neq 3+k$

$\quad \to x-2\neq -1-k \Rightarrow x\neq 1-k$

$\to |x-2|\neq 1-k \Rightarrow x-2\neq 1-k \Rightarrow x\neq 3-k$

$\quad \to x-2\neq k-1 \Rightarrow x\neq 1+k$

چون دامنه تابع شامل ۳ مقدار نیست ($k\neq 0$) $\Leftarrow$ ⇒ ۲ عبارت از این ۴ عبارت باهم برابرند (۲ حالت داریم)

و $k>0$ چون اگر $k<0$ خروج عنصری نشود!

$\to 3+k=1-k \Rightarrow k=-1$ ← ق ق

$\to 1+k=3-k \Rightarrow k=1$ ← غ ق ق

$\Rightarrow x\neq 0, 2, 4 \Rightarrow ||x-2|-1|=1$: به ازای هر ۳ مقدار

می‌شود و مخرج برابر می‌شود با: $1-k \Leftarrow 1-k\neq 0 \Leftarrow k\neq 1 \Leftarrow \boxed{k=-1}$

Subject ______ Date ______ رونا الویسی

۵ ج

$y = 2x - [x]$

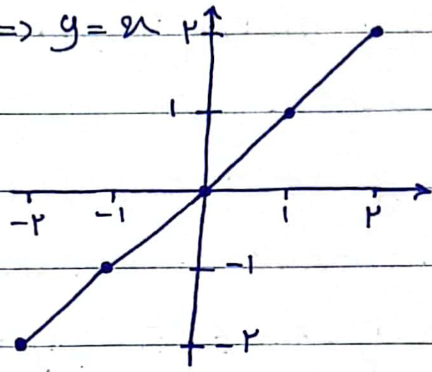
$\Rightarrow x \in [-2,-1) \xrightarrow{2x+2} y \in [-2,-1)$

$x \in [-1,0) \xrightarrow{2x+1} y \in [-1,0) \quad \Rightarrow y = x$

$x \in [0,1) \xrightarrow{2x} y \in [0,1)$

$x \in [1,2) \xrightarrow{2x-1} y \in [1,2)$

$x = 2 \rightarrow y = 2$



۶ ۲

$f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x+a} + b = \dfrac{(x-1)(x-3)}{x+a} + b \rightarrow$ تابع همانی است $\Downarrow$ $y = x$

① $x + a = x - 1$, ② $x + a = x - 3$

$\Rightarrow a = -1$; $\Rightarrow a = -3$

$\Rightarrow y = x - 3 + b$; $\Rightarrow y = x - 1 + b \xrightarrow{y=x} b = 1$

$y = x \rightarrow b = 3 \Rightarrow a - b = -1 - 3 = -4$; $\rightarrow a - b = -3 - 1 = -4$

$\Rightarrow \boxed{a - b = -4} \rightarrow$ یک مقدار دارد.

۷ ۲

$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} & ; x \neq \pm 1 \\ \dfrac{ax+2}{x+b} & ; x = \pm 1 \end{cases}$

$g(x) = x + C$

$x^3 + 2x^2 - x - 2 = x^2(x+2) - (x+2)$
$= (x^2 - 1)(x+2)$

$x \neq \pm 1 \rightarrow \dfrac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \dfrac{(x+2)(x^2-1)}{x^2-1} = x + C \Rightarrow x + 2 = x + C \Rightarrow C = 2$

$x = \pm 1 \rightarrow x + C = x + 2 = \dfrac{ax+2}{x+b} \xrightarrow{x=1} 3 = \dfrac{a+2}{1+b} \Rightarrow a - 3b = 1$

$x = -1 \rightarrow 1 = \dfrac{2-a}{b-1} \Rightarrow a + b = 3 \Rightarrow \begin{cases} a - 3b = 1 \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a + 3b = -1 \\ a + b = 3 \end{cases}$

$4b = 2 \Rightarrow b = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \boxed{b + C = \dfrac{1}{2} + 2 = \dfrac{5}{2}}$

Subject ______ Date ______ روشا الوسی

(۸) ۲

$f(x)=\sqrt{4x-3a}+k-1$ $\quad g(x)=\sqrt{b-4x}+3k$

$\hookrightarrow x\geq \frac{3a}{4}$ (1) $\quad \hookrightarrow x\leq \frac{b}{4}$ (2)

$D_{f-g}=(1)\cap(2)=[\frac{3a}{4},+\infty)\cap(-\infty,\frac{b}{4}] \Rightarrow x=1$ طبق صورت سوال، مجموعه اشتراک مجموعه (1) و (2)

تنها عضوی $\{1\}$ است $\Leftarrow \frac{3a}{4}=\frac{b}{4}=1 \Leftarrow 3a=b=4$

$x=1 \longrightarrow 2f-g=k \Rightarrow 2\sqrt{4-4}+2k-2-\sqrt{4-4}-3k=k$

$\Rightarrow 2k-2-3k=k \Rightarrow -k-2=k \Rightarrow 2k=-2 \Rightarrow k=-1$

$\Rightarrow 3a-\frac{b}{2}-k=4-\frac{4}{2}-(-1)=4-2+1=\boxed{3}$

(۹) ۲

$f(x)=\sqrt{m-x}+n$ $\quad g(x)=\sqrt{2x+2}\Rightarrow 2x+2\geq 0 \Rightarrow x\geq -1$ (2)

$\hookrightarrow x\leq m$ (1)

$\Rightarrow D_{f\times g}=(1)\cap(2)=(-\infty,m]\cap[-1,+\infty)=[-1,7] \Rightarrow [-1,m]=[-1,7]$

$\Rightarrow m=7 \Rightarrow f-g(3)=\sqrt{7-3}+n-\sqrt{8}=6\sqrt{2}$

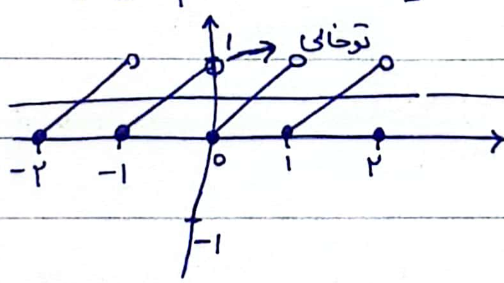
$\Rightarrow 2+n-2\sqrt{2}=6\sqrt{2} \Rightarrow 2+n=8\sqrt{2} \Rightarrow n=8\sqrt{2}-2$

$\Rightarrow m+n=7+8\sqrt{2}-2=\boxed{5+8\sqrt{2}}$

(۱۰) ۲

$y=(-1)^2(x-[x])=\frac{1}{2}$ $\quad x\in[-2,2]$

$y=x-[x]=\frac{1}{2} \rightarrow$ ۴ جواب دارد زیرا خط $y=\frac{1}{2}$، ۴ بار نمودار $x-[x]$ را قطع می‌کند.



$\rightarrow y=\frac{1}{2}$

$\hookrightarrow$ $\boxed{\text{طبق نمودار: ۴ جواب دارد}}$