تکلیف ۲ دوازدهم دفتر A متین نکویی

---

۱-

تابع ثابت $f(x)=c \rightarrow$ ضریب $x$ ها و $x$ باید صفر باشد

$f(x)=\underbrace{x^3+9x^3+mx^3}+2x-6x+nx+\underbrace{1+1+mn}_{2+(-40)=-38}=0$

$1+9+m=0 \rightarrow m=-10$ $\rightarrow mn=-10\times 4=-40$

$\underbrace{2-6}_{-4}+n=0 \rightarrow n=4$

$m+n+p+k=$
$-10+\underbrace{4+\underbrace{10-11}_{-1}}_{3}=-7$

$g(x)=\{(4,-2),(3,p+1),(-9,p+k),(\overset{-9}{p+4},-1)\}$

$p+1=-10$
$p=-11$

$p+k=-1 \Rightarrow -11+k=-10 \rightarrow k=10$

---

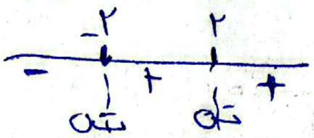
۲-

$x-2=0 \rightarrow x=2$

الف) $g=\sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}} \xrightarrow[\text{نامنفی است}]{\text{زیر رادیکال با فرجه زوج}} \dfrac{x-2}{(x^2-4)(x^2+2)}>0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$

$(x-2)(x+2)$ همواره مثبت

$x-2=0$ $x+2=0$
$x=2$ $x=-2$



$D=(-2,+\infty)-\{2\}$

ب) $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]} \xrightarrow[\text{صفر باشد}]{\text{مخرج نباید}}$ $4-2[-x]=0$
$-2[-x]=-4$
$[-x]=+2$
$2\leq -x<3 \rightarrow -3<x\leq -2$
$\rightarrow Df=R-(-3,-2]$

---

۳-

الف) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}} \xrightarrow[\text{با فرجه زوج}]{\text{رادیکال}} x(x^2-1)\geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$ $-1$ $0$ $1$ $-$ $+$ $-$ $+$ $\Rightarrow D_1=[-1,0]\cup[1,+\infty)$

$\xrightarrow[\text{رادیکال با فرجه زوج و مخرج نباید صفر باشد}]{} |x|+x>0 \xrightarrow[D_2=]{} x\in R^+$

$\xrightarrow[D_1\cap D_2]{} Df(x)=[1,+\infty)$

ب) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1} \xrightarrow[\text{زوج نامنفی}]{\text{زیر رادیکال با فرجه}} |x-2|-x^2\geq 0$

2
$-x^2-x+2\geq 0$ $-x^2+x-2\geq 0$
$x^2+x-2\leq 0$ $x^2-x+2\leq 0$
$(x+2)(x-1)\leq 0$ نمی تواند صفر داشته باشد
$-2$ $1$ $+$
$D_1=[-2,1]$

$\xrightarrow[\text{صفر باشد}]{\text{مخرج نباید}}$ $|x|-1=0$
$|x|=1$
$x=\pm 1$
$\rightarrow D_2=R-\{-1\}$

$\xrightarrow{D_1\cap D_2}[-2,1]-\{\pm 1\}$

---

۴-

$\dfrac{1}{||x-2|-1|-k} \xrightarrow[\text{صفر باشد}]{\text{مخرج نباید}} ||x-2|-1|-k=0$

$||x-2|-1|=k$ $\rightarrow |x-2|-1=k$
$\rightarrow -|x-2|+1=k$

$|x-2|=k+1$

$\rightarrow |x-2|-1=k$

$|x-2|=k+1 \rightarrow x-2=k+1 \rightarrow x=k+3 \rightarrow$ ④

$\rightarrow x-2=-k-1 \rightarrow x=-k+1$ ②

$\rightarrow k+3=-k+1$
$2k=-2 \rightarrow \boxed{k=-1}$ غیر قابل قبول

$\rightarrow -|x-2|+1=k$

$1-k=|x-2| \rightarrow x-2=1-k \rightarrow x=-k+3 \rightarrow$ ④

$\rightarrow x-2=k-1 \rightarrow x=k+1 \rightarrow$ ⑤

$1-k=|x-2|$

غیر قابل قبول $k+1=3-k$
$2k=2 \rightarrow k=1$
قابل قبول

غیر قابل قبول $k+1=1-k \rightarrow k=0$

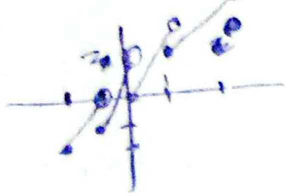
غیر قابل قبول $k+3=3-k$
$\rightarrow 2k=0 \rightarrow k=0$

$\leftarrow$ بنابراین $k=1$ قابل قبول است.

۵-

$D=[-۲,۲]$

$\rightarrow -۲\leq x<-۱ \rightarrow [x]=-۲ \rightarrow ۲x-(-۲)=۲x+۲$



$-۱\leq x<۰ \rightarrow [x]=-۱ \rightarrow ۲x-(-۱)=۲x+۱$

$۰\leq x<۱ \rightarrow [x]=۰ \rightarrow ۲x$

$۱\leq x<۲ \rightarrow [x]=۱ \rightarrow ۲x-(۱)=۲x-۱$

$x=۲ \rightarrow [x]=۲ \rightarrow ۲x-۲$

۶-

$f(a)=x$ [illegible]  $\frac{x^۲-۴x+۳}{x+a}+b=x$

$\frac{x^۲+(-۴+b)x+۳+ab}{x+a}=x \rightarrow \cancel{x^۲}+(-۴+b)x+\underbrace{۳+ab}=\cancel{x^۲}+ax$

$-۴+b=a \qquad ab=-۳$

$-۴+b=\frac{-۳}{b} \qquad a=\frac{-۳}{b}$

$-۴b+b^۲+۳=۰ \rightarrow b^۲-۴b+۳=۰$

$(b-۱)(b-۳)=۰$

$۱ \,,\, ۳$

$\rightarrow b=۱ \rightarrow a=-۳ \rightarrow a-b=-۴$

$\rightarrow b=۳ \rightarrow a=-۱ \rightarrow a-b=-۴$

۷-

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^۲(x+۲)-(x+۲)}{x^۲-۱} & x\neq\pm۱\\ \frac{ax+۲}{x+b} & x=\pm۱\end{cases} \Rightarrow \frac{\cancel{(x^۲-۱)}(x+۲)}{\cancel{x^۲-۱}} \quad x\neq\pm۱$$

$\rightarrow c=۲$

$g(x)=x+۲$

$g(۱)=۳$

$g(-۱)=۱$

$\rightarrow f(۱)=\frac{a+۲}{۱+b}=۳ \rightarrow a+۲=۳+۳b$

$a-۳b=۱ \rightarrow -a+۳b=-۱$

$f(-۱)=\frac{-a+۲}{-۱+b}=۱ \rightarrow -۱+b=-a+۲$

$b+\cancel{a}=۳$

$\cancel{-a}+۳b=-۱$

$۴b=۲ \rightarrow b=\frac{۱}{۲}$

$\rightarrow b+c=\frac{۵}{۲}=۲٫۵$

۸-

$f(x)=\sqrt{۴x-۳a}+k-۱ \longrightarrow ۴x-۳a\geq۰$

$۴x\geq۳a \rightarrow x\geq\frac{۳a}{۴} \rightarrow \frac{۳a}{۴}=۱ \rightarrow a=\frac{۴}{۳}$

$g(x)=\sqrt{b-۴x}+۳k \rightarrow b-۴x\geq۰$

$b\geq۴x \rightarrow \frac{b}{۴}\geq x \rightarrow \frac{b}{۴}=۱$

$b=۴$

چون فقط $D=\{۱\}$ در هر دو مشترک است

پس داریم

$f(۱)=k-۱$

$g(۱)=۳k \rightarrow ۲k-۲-۳k=k$

$-k-۲=k \rightarrow ۲k=-۲$

$k=-۱$

$۳a-\frac{b}{۴}-k=۴-۱-(-۱)=\textcircled{۳}$

۵-

$D = [-۲,۲]$

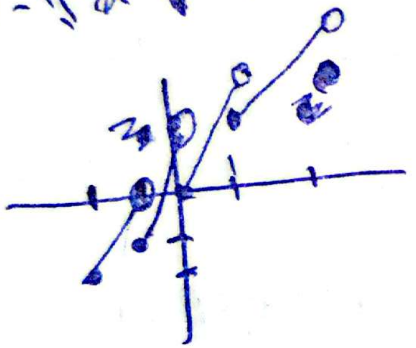
$\rightarrow -۲ \leq x < -۱ \rightarrow [x] = -۲ \rightarrow ۲x - (-۲) = ۲x + ۲$

$-۱ \leq x < ۰ \longrightarrow [x] = -۱ \rightarrow ۲x - (-۱) = ۲x + ۱$

$۰ \leq x < ۱ \longrightarrow [x] = ۰ \rightarrow ۲x$

$۱ \leq x < ۲ \rightarrow [x] = ۱ \rightarrow ۲x - (۱) = ۲x - ۱$

$x = ۲ \rightarrow [x] = ۲ \rightarrow ۲x - ۲$



۶-

$f(x) = x$
همانی

$$\frac{x^۲ - ۴x + ۳}{x + a} + b = x$$

$$\frac{x^۲ (-۴+b)x + ۳ + ab}{x + a} = x \rightarrow \cancel{x^۲} (-۴+b)x + \underbrace{۳ + ab} = \cancel{x^۲} + ax$$

$-۴ + b = a$ $\quad$ $ab = -۳$

$-۴ + b = \frac{-۳}{b}$ $\quad$ $a = \frac{-۳}{b}$

$-۴b + b^۲ + ۳ = ۰ \rightarrow b^۲ - ۴b + ۳ = ۰$

$(b-۱)(b-۳) = ۰$

$۱ \quad , \quad ۳$

$\rightarrow b = ۱ \rightarrow a = -۳ \rightarrow a - b = -۴$

$\llcorner b = ۳ \rightarrow a = -۱ \rightarrow a - b = -۴$

$(b-۱)(b-۳)=۰$

$۱ \;,\; ۳$

۷-

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^۲(x+۲)-(x+۲)}{x^۲-۱} & x\neq \pm ۱ \Rightarrow \dfrac{(\cancel{x^۲-۱})(x+۲)}{\cancel{x^۲-۱}} \quad x\neq\pm۱\\[2ex] \dfrac{ax+۲}{x+b} & x=\pm ۱\end{cases}$$

$\rightarrow c=۲$

$g(x)=x+۲$

$g(۱)=۳$

$g(-۱)=۱$

$\rightarrow f(۱)=\dfrac{a+۲}{۱+b}=۳ \rightarrow a+۲=۳+۳b$

$a-۳b=۱ \rightarrow -a+۳b=-۱$

$f(-۱)=\dfrac{-a+۲}{-۱+b}=۱ \rightarrow -۱+b=-a+۲$

$b+\cancel{a}=۳$

$\cancel{-a}+۳b=-۱$

$۴b=۲ \rightarrow b=\frac{۱}{۲}$

$\rightarrow b+c=\frac{۵}{۲}=۲٫۵$

۸-

$f(x)=\sqrt{۴x-۳a}+k-۱ \rightarrow ۴x-۳a\geq ۰$

$۴x\geq ۳a \rightarrow x\geq \frac{۳a}{۴} \rightarrow \frac{۳a}{۴}=۱ \rightarrow a=\frac{۴}{۳}$

همون فقط $D=\{۱\}$ در هردو مشترک است پس داریم

$g(x)=\sqrt{b-۴x}+۳k \rightarrow b-۴x\geq ۰$

$b\geq ۴x \rightarrow \frac{b}{۴}\geq x \rightarrow \frac{b}{۴}=۱$

$b=۴$

$f(۱)=k-۱$

$g(۱)=۳k$

$\rightarrow ۲k-۲-۳k=k$

$-k-۲=k \rightarrow ۲k=-۲$

$k=-۱$

$۳a-\frac{b}{۲}-k=۴-۲\underset{۱}{\cancel{-(-۱)}}=③$

۹-

$f(x)=\sqrt{m-x}+n \rightarrow m-x \geq ۰ \quad \cancel{m \geq x} \quad \overset{۷}{m} \geq x \rightarrow m=۷$

$g(x)=\sqrt{۲x+۱} \rightarrow ۲x+۲ \geq ۰$

$۲x \geq -۲ \rightarrow x \geq -۱ \quad \rightarrow D_{f\times g}=D_f \cap D_g$

$f(x)=\sqrt{۷-x}+n \quad \Big\{ \underbrace{\sqrt{۷-۳}}_{۲}+n-\underbrace{\sqrt{۲(۳)+۲}}_{۲\sqrt{۲}}=۶\sqrt{۲}$

$\rightarrow ۲+n=۸\sqrt{۲}$

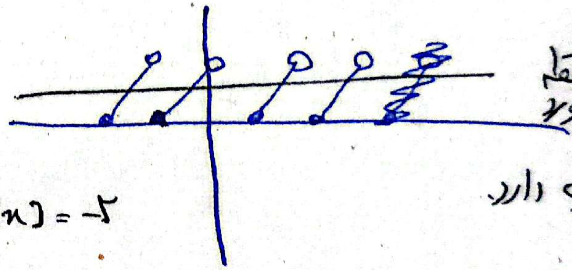
$n=۸\sqrt{۲}-۲$

$m+n=۵+۸\sqrt{۲}$

---

۱۰-

$\underbrace{(-1)^{۲}}_{۱}\,\underbrace{(x-[x])}_{\text{بین صفر و یک}}=\frac{۱}{۲}$



۴ نقطه برخورد ↓ ۴ جواب دارد

$y=x-[x]=\frac{1}{۲} \Rightarrow -۲ \leq x < -۱ \rightarrow [x]=-۲$

$y=x+۲$

$\rightarrow -۱ \leq x < ۰ \rightarrow [x]=-۱ \rightarrow y=x+۱$

$\rightarrow ۰ \leq x < ۱ \rightarrow [x]=۰ \rightarrow y=x$

$\rightarrow ۱ \leq x < ۲ \rightarrow [x]=۱ \rightarrow y=x-۱$

$\rightarrow x=۲ \rightarrow [x]=۲ \rightarrow y=x-۲$