هیلا نائلی - دوازدهم دختر A

۱۷/۵

① ضابطه تابع ثابت $f(x)=k$ است حالا اگر از این تابع ثابت مشتق بگیریم جواب صفر می‌شود پس از ضابطه داده شده مشتق می‌گیریم و برابر صفر قرار می‌دهیم

چون مشتق عدد صحیح ۰ است

۲

$$f(x)=(x+1)^2+(3x-1)^2+mx^2+nx+mn$$

$$x^2+1+2x+9x^2+1-6x+mx^2+nx+mn \to x^2(10+m)+x(n-4)+mn+2$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق}} x(10+m)+(n-4) \xrightarrow{=0} \boxed{m=-10}\ \boxed{n=4}$$ ✓ ✓

$$g(x)=\{(4,m)(n,p+1)(p+2,-1)(-9,p+k)\}$$

$$\underbrace{(4,-10)}\ \underbrace{(4,p+1)}\qquad (-9,-1)\ (-9,k-11)$$

$$\to p+1=-10\quad \boxed{p=-11}\ ✓ \qquad k-11=-1\quad \boxed{k=10}\ ✓$$

$$m+n+p+k=?\quad -10+4-11+10=\boxed{-6}$$

---

② مخالف ۲ →

۱/۷۵

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}}\qquad \dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}\geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$ $-2\quad 2$: $-\ |\ +\ |\ +$

ریشه مخرج

$$x^4-2x^2-8 \xrightarrow{x^2=t} t^2-2t-8=0\quad (t-4)(t+2) \to t=4\quad x^2=4\quad x=\pm 2$$

$$\to t=-2\quad x^2=-2\ \times$$

$D_g=(-2,+\infty)-\{2\}$

دامنه $=(-2,+\infty)$

ج) $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]} \to 4-2[-x]\neq 0 \xrightarrow{\text{ضدش}} 4-2[-x]=0\quad 2[-x]=4\quad [-x]=2$

$$[x]=2\quad 2\leq x<3 \longrightarrow -2\geq -x>-3\quad D_f=\mathbb{R}-(-3,-2]$$ ✓

---

③

۱/۲۵

الف) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}}$

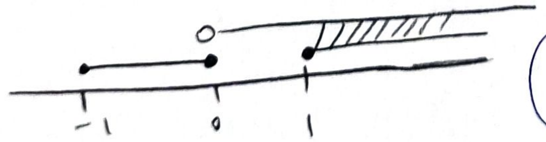
۰/۷۵

$\to x(x^2-1)\geq 0$ $\quad -1\quad 0\quad 1$: $-\ |\ +\ |\ -\ |\ +$ $\to$ ① $[-1,0]\cup[1,+\infty)$

$\to |x|+x>0 \xrightarrow[\text{داخلش کار می‌کنه}]{\text{تنها عدد +}} R^+ \to$ ② $(0,+\infty)$

مخرج را ۰ می‌کند

①∩②



$D_f=[1,+\infty)\cup\{0\}$

همواره برقرار چون $\Delta<0$

$x-2\geq x^2\quad x^2-x+2\leq 0$

ب) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1} \to |x-2|-x^2\geq 0\quad x^2\leq|x-2|$

۰/۵

$x-2\leq -x^2\quad x^2-x-2\leq 0$

بی دقتی

$x^2+x-2\leq 0$

$-2\quad 1$: $+\ |\ -\ |\ +$

$-1\quad 2$: $+\ |\ -\ |\ +$

② $[-1,2]$

$|x|-1 \to |x|-1\neq 0\quad x\neq\pm 1$ ①

①∩② $D_f=[-1,2]$

$D_f=[-2,1)-\{-1\}$

④ ۱،۵

$$y=\frac{1}{||x-۲|-۱|-k}\rightarrow ||x-۲|-۱|-k=۰ \quad ||x-۲|-۱|=k$$

$|x-۲|-۱=k \quad |x-۲|=k+۱ \rightarrow x-۲=k+۱ ,\ x-k=۳ \quad ۲x=۴ \rightarrow k=-۱$

$x-۲=-k-۱ \quad x+k=۱ \quad x=۲$

$|x-۲|-۱=-k \quad |x-۲|=۱-k$

$\hookrightarrow x-۲=۱-k \quad x+k=۳ \quad ۲x=۴ \rightarrow \boxed{k=۱}$ ✓

$x-۲=k-۱ \quad x-k=۱ \quad x=۲$

$k=-۱\rightarrow ||x-۲|-۱|-۱=۰ \quad ||x-۲|-۱|=۱ \rightarrow |x-۲|-۱=۱ \quad |x-۲|=۲ \rightarrow x-۲=۲\rightarrow ۴ ,\ x-۲=-۲\rightarrow ۰$

$\rightarrow |x-۲|-۱=-۱ \quad |x-۲|=۰ \quad x-۲=۰\rightarrow ۲$

$k>۰$ ← چون اگر $k<۰$ باشد مخرج اصلاً صفر نمی‌شود

پس مقدار k همان ۱- است ← زیرا به ازای آن ۳ عدد صحیح مخرج را صفر کرد

---

⑤ ۲

$y=۲x-[x]$ $\xrightarrow[\text{بازه بندی}]{\text{به روش}}$

$D_f=[-۲,۲]$

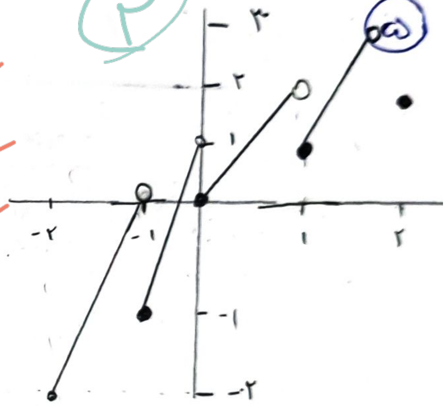
$-۲\leq x<-۱ \quad ۲x+۲ \quad \begin{array}{c|c} -۲ & -۱ \\ -۲ & ۰ \end{array}$ ✓

$-۱\leq x<۰ \quad ۲x+۱ \quad \begin{array}{c|c} -۱ & ۰ \\ -۱ & ۱ \end{array}$ ✓

$۰\leq x<۱ \quad ۲x \quad \begin{array}{c|c} ۰ & ۱ \\ ۰ & ۲ \end{array}$ ✓

$۱\leq x<۲ \quad ۲x-۱ \quad \begin{array}{c|c} ۱ & ۲ \\ ۱ & ۳ \end{array}$ ✓

$x=۲ \quad ۲x-۲ \quad \begin{array}{c} ۲ \\ ۲ \end{array}$ ✓



---

⑥ ۲

$$f(x)=\frac{x^۲-۴x+۳}{x+a}+b \qquad \frac{x^۲-۴x+۳+bx+ba}{x+a}=x$$

تابع همانی ⇐ $f(x)=x$

$x^۲+x(b-۴)+۳+ba=x^۲+ax \rightarrow b-۴=a$

$۳+ba=۰\rightarrow ۳+b(b-۴)=۰ \quad ۳+b^۲-۴b=۰$

جمع ضرایب

$b_۱=۱$

$b_۲=۳$

$b=۱\rightarrow a=-۳$

$b=۳\rightarrow a=-۱$

$a-b\rightarrow -۳-۱ \rightarrow \boxed{-۴}$ ✓

$-۱-۳$ ✓

---

⑦ ۲

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-۱} & x\neq\pm۱\\[2mm] \dfrac{ax+۲}{x+b} & x=\pm۱\end{cases} ,\ g(x)=x+c$$

$$\frac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-۱}\rightarrow\frac{(x+۲)\cancel{(x^۲-۱)}}{\cancel{(x^۲-۱)}}=x+۲ \xrightarrow{f(x)=g(x)} x+۲=x+c \quad c=۲$$ ✓

$x^۳+۲x^۲-x-۲ \,\big\lfloor\, x+۲$

$\quad\quad x^۲-۱$

$-x^۳\pm۲x^۲$

$-x-۲$

$+x+۲$

۰

ادامه $\rightarrow x=۱\rightarrow f(۱)=۱+۲\rightarrow ۳ \xrightarrow{x=۱} \frac{a+۲}{۱+b}=۳ \quad ۳+۳b=a+۲$

$x=-۱ \rightarrow f(-۱)=-۱+۲\rightarrow ۱ \xrightarrow{x=-۱} \frac{-a+۲}{b-۱}=۱ \quad b-۱=۲-a$

$a-۳b=۱$

$-a-b=-۳$

$b+c=? \quad \frac{۱}{۲}+۲=\boxed{\frac{۵}{۲}}$ ✓ $a=\frac{۵}{۲}$ ✓ $,\ b=\frac{۱}{۲}$ ✓ $\xleftarrow[\text{دستگاه}]{\text{حل}}$

⑧

$f(x) = \sqrt{۴x - ۳a} + k - ۱$ $\quad ۲f - g\{(۱,k)\}$ $\quad ۲\sqrt{۴x - ۳a} + ۲k - ۲ - g\{\sqrt{b - ۴x} + ۳k\}$

$g(x) = \sqrt{b - ۴x} + ۳k$

⑨

$\rightarrow ۲\sqrt{۴x - ۳a} + \cancel{۲k} - ۲ - \sqrt{b - ۴x} - \cancel{۲k}$ $\quad ۲\sqrt{۴x - ۳x} - \sqrt{b - ۴x} - ۲$

---

⑨

$f(x) = \sqrt{m - x} + n$ $\quad f - g(۳) = ۴\sqrt{۲}$

$g(x) = \sqrt{۲x + ۲}$ $\quad D_{f\times g} = [-۱, ۷]$

$۲ + n - ۲\sqrt{۲} = ۴\sqrt{۲}$

$n \rightarrow ۸\sqrt{۲} - ۲$

①

$D_{f\times g} = D_f \cap D_g$ $\quad m - x \geq ۰ \quad \boxed{x \leq m} \longrightarrow D_{f\times g} = [-۱, m] \rightarrow m = ۷$

$۲x + ۲ \geq ۰ \quad ۲x \geq -۲ \quad \boxed{x \geq -۱}$

$n + m = ۸\sqrt{۲} + ۵$

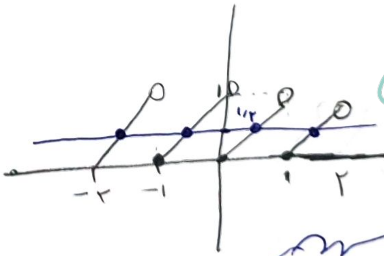
$f - g(۳) = ۴\sqrt{۲}$ $\quad f = ۴\sqrt{۲} + g(۳)$ $\quad ۴\sqrt{۲} + \sqrt{۸} = f$ $\quad \sqrt{۷ - x} + n = ۸\sqrt{۲}$

---

⑩

$y = (-۱)^۲ (x - [x]) = \frac{۱}{۲} \rightarrow \underset{①}{x} - [x] = \underset{②}{\frac{۱}{۲}}$

②



∞ جواب دارد