تکلیف ع ره ۲ — تکالیف ریاضی آدرینا حسینی — گروه دوازدهم حجر گروه دفتر A

۱)

$f(x) = (x+1)^2 + (3x-1)^2 + mx^2 + nx + mn \longrightarrow$ تابع ثابت

$x^2+2x+1+9x^2-6x+1+mx^2+nx+mn \longrightarrow (10+m)x^2+(n-4)x+2+mn$

$m=-10 \qquad n=4 \qquad mn=-40$

$g(x) = \{(2, m), (n, p+1), (p+2, -1), (-9, p+k)\}$

$m=-10 \qquad n=4 \qquad p+2=-9 \qquad p+1=-10 \rightarrow \boxed{p=-11}$

$p+k=-1 \longrightarrow \boxed{k=+10}$

$m+n+p+k = -10+4-11+10 = \boxed{-7}$

---

۲)

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}} = \sqrt{\dfrac{x-2}{(x^2-4)(x^2+2)}} = \sqrt{\dfrac{x-2}{(x-2)(x+2)(x^2+2)}} = \sqrt{\dfrac{1}{(x+2)(x^2+2)}}$; $R-\{+2\}$

$\dfrac{1}{(x+2)(x^2+2)} \geq 0 \longrightarrow x+2>0 \longrightarrow x>-2 \longrightarrow D_f = (-2,+\infty)-\{2\}$

ب) $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]} \longrightarrow [-x]=2 \longrightarrow 2 \leq -x < 1 \longrightarrow -2 \geq x > -1 \longrightarrow R-(-3,-1]$; D_f

---

۳)

الف) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x(x^2-1)}{|x|+x}} \longrightarrow \dfrac{x(x+1)(x-1)}{|x|+x} \longrightarrow \dfrac{\cancel{x}(x+1)(x-1)}{2\cancel{x}} \geq 0$

$|x|+x$: $x \neq \{R^-, 0\}$

-1		1	
$+$	$-$		$+$

جز شرط اول نیست

$D_f = (1,+\infty)$

ب) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1} \longrightarrow x \neq \pm 1$ و $|x-2|-x^2 \geq 0$

$\longrightarrow x-2 \geq x^2 \rightarrow x^2-x+2 \leq 0 \rightarrow \Delta<0,\ a>0 \rightarrow$ برقرار نیست

$\longrightarrow x-2 \leq -x^2 \rightarrow x^2+x-2 \geq 0 \rightarrow (x+2)(x-1)$

-2		1	
$+$	$-$		$+$

$D_f = (-\infty,-2] \cup (1,+\infty)$ ← با این ۲ شرط رعایت شود

---

۴)

$y = \dfrac{1}{||x-2|-1|-k} \longrightarrow ||x-2|-1| \neq k \qquad \boxed{k=1}$

$|x-2|-1 \neq k \longrightarrow |x-2| \neq k+1$
- $x-2 \neq -k-1 \rightarrow x \neq -k+1$
- $x-2 \neq k+1 \rightarrow x \neq k+3$
- تساوی: $-k+1=k+3 \rightarrow 2k=-2 \rightarrow k=-1$ ✗

$|x-2|-1 \neq -k \longrightarrow |x-2| \neq 1-k$
- $x-2 \neq 1-k \rightarrow x \neq 3-k$
- $x-2 \neq k-1 \rightarrow x \neq k+1$
- تساوی: $3-k=k+1 \rightarrow 2k=2 \rightarrow k=1$ ✓

---

۵)

$y = 2x-[x]$

$-2 \leq x < -1 \xrightarrow{[x]=-2} 2x+2$

-2	-1
-2	0

$-1 \leq x < 0 \xrightarrow{[x]=-1} 2x+1$

-1	0
-1	1

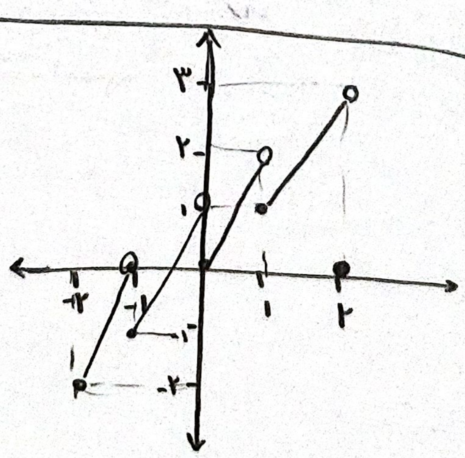
$0 \leq x < 1 \xrightarrow{[x]=0} 2x$

0	1
0	2

$1 \leq x < 2 \xrightarrow{[x]=1} 2x-1$

1	2
1	3

$x=2 \xrightarrow{[x]=2} 2x-2 \rightarrow \odot$



۶

$f(x) = \dfrac{x^{۲} - ۴x + ۳}{x + a} + b \longrightarrow \dfrac{(x-۱)(x-۳)}{x+a} + b \longrightarrow \begin{cases} a=-۳ \longrightarrow \dfrac{(x-۱)\cancel{(x-۳)}}{\cancel{x-۳}} + b \longrightarrow b=۱ \\ a=-۱ \longrightarrow \dfrac{\cancel{(x-۱)}(x-۳)}{\cancel{x-۱}} + b \longrightarrow b=۳ \end{cases}$

$\longrightarrow a-b \begin{cases} \longrightarrow -۳-۱=-۴ \\ \longrightarrow -۱-۳=-۴ \end{cases}$

۷

$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^{۳}+۲x^{۲}-x-۲}{x^{۲}-۱} & x \neq \pm ۱ \\ \dfrac{ax+۲}{x+b} & x = \pm ۱ \end{cases}$

$\dfrac{x^{۲}(x+۲)-(x+۲)}{x^{۲}-۱} = \dfrac{\cancel{(x^{۲}-۱)}(x+۲)}{\cancel{(x^{۲}-۱)}} = x+۲$

$x=۱ \longrightarrow \dfrac{a+۲}{۱+b} = ۳ \longrightarrow ۳+۳b = a+۲ \longrightarrow \cancel{۳}+۳b = \cancel{۳}-b+۲ \begin{cases} \longrightarrow ۴b=۲ \\ \longrightarrow b=\dfrac{۱}{۲} \end{cases}$

$x=-۱ \longrightarrow \dfrac{-a+۲}{-۱+b} = ۱ \longrightarrow -a+۲ = -۱+b \begin{cases} \longrightarrow a+b=۳ \longrightarrow a=\dfrac{۵}{۲} \\ \longrightarrow ۳-b=a \end{cases}$

$g(x) = x + C,\quad C=۲ \longrightarrow x+۲ \begin{cases} \xrightarrow{x=۱} ۳ \\ \xrightarrow{x=-۱} ۱ \end{cases}$

$\longrightarrow b+C = \dfrac{۱}{۲}+۲ = \boxed{\dfrac{۵}{۲}}$

۸

$f(x) = \sqrt{۴x+۴a} + k - ۱ \xrightarrow{x=۱} ۲\sqrt{۱-۳a} + ۲k - ۲$

$g(x) = \sqrt{b-۴x} + ۳k \xrightarrow{x=۱} \sqrt{b-۴} + ۳k$

$۲f - g \ \{(۱,k)\}$

۹

$f(x) = \sqrt{m-x} + n \longrightarrow m-x \geq ۰ \longrightarrow x \leq m \longrightarrow m=۷$

$g(x) = \sqrt{۲x+۲} \longrightarrow D_g = ۲(x+۱) \geq ۰ \longrightarrow x \geq -۱ \quad \longrightarrow m+n = ۸\sqrt{۲}-۲+۷ = \boxed{۸\sqrt{۲}+۵}$

$D_{f \times g} = [-۱, ۷] \longrightarrow$ (اشتراک ۲ تا)

$f-g(۳) = ۹\sqrt{۲} \longrightarrow \cancel{\sqrt{۷-۳}} + n - \sqrt{۲(۳)+۲} = ۲+n-\sqrt{۸} \Rightarrow ۲+n-۲\sqrt{۲} = ۹\sqrt{۲} \begin{cases} \longrightarrow ۲+n = ۸\sqrt{۲} \\ \longrightarrow n = ۸\sqrt{۲}-۲ \end{cases}$

۱۰

$y = (x-[x]) = \dfrac{۱}{۲}$

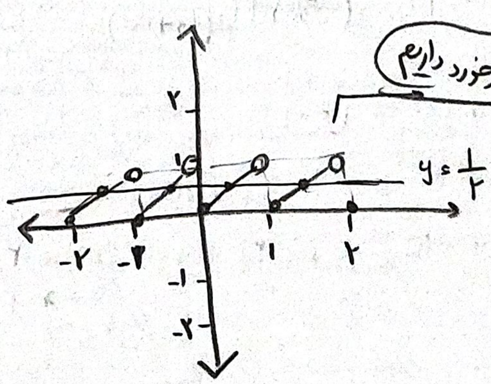
$-۲ \leq x < -۱ \quad \xrightarrow{[x]=-۲} x+۲ \qquad \begin{array}{c|c} -۲ & -۱ \\ \hline ۰ & ۱ \end{array}$

$-۱ \leq x < ۰ \quad \xrightarrow{[x]=-۱} x+۱ \qquad \begin{array}{c|c} -۱ & ۰ \\ \hline ۰ & ۱ \end{array}$

$۰ \leq x < ۱ \quad \xrightarrow{[x]=۰} x \qquad \begin{array}{c|c} ۰ & ۱ \\ \hline ۰ & ۱ \end{array}$

$۱ \leq x < ۲ \quad \xrightarrow{[x]=۱} x-۱ \qquad \begin{array}{c|c} ۱ & ۲ \\ \hline ۰ & ۱ \end{array}$

$x=۲ \quad \xrightarrow{[x]=۲} ۲-۲=۰$



۴ نقطه برخورد داریم