نام و نام خانوادگی ......[illegible]...... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ...۲... **کلاس** ......[illegible]......

۱

$f(x) = (x+1)^2 + (3x-1)^2 + mx^2 + nx + mn$

$x^2+2x+1+9x^2-6x+1+mx^2+nx+mn$

$= (10+m)x^2 + (n-4)x + (2+mn)$

تابع ثابت ⇐ ضریب x و x^2 $=0$

$10+m=0 \Rightarrow m=-10$

$n-4=0 \Rightarrow n=4$ $\Rightarrow f(x) = 2+4\times(-10) = -38$

$g(x) = \{(4,m),(n,p+1),(p+2,-1),(-9,p+k)\}$

$m=-10,\ n=4 \Rightarrow g(x)=\{(4,-10),(4,p+1),(p+2,-1),(-9,p+k)\}$

$p+1=-10 \Rightarrow p=-11$

$p+2=-9 \Rightarrow (-9,-1),(-9,p+k)$

$\Rightarrow p+k=-1 \Rightarrow -11+k=-1 \Rightarrow k=10$

$\Rightarrow m+n+p+k = -10+4+(-11)+10 = -7$

۲

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}}$

$y=\sqrt{\dfrac{(x-2)}{(x^2-4)(x^2+2)}} = \sqrt{\dfrac{x-2}{(x-2)(x+2)(x^2+2)}}$

≥ 0 زیر رادیکال

$x-2=0 \Rightarrow x=2$

تعیین علامت $x+2=0 \Rightarrow x=-2$

$x^2+2=0 \Rightarrow$ ریشه ندارد همواره $(2,+\infty)$

-2		2^*	
$-$	$+$		$+$

$\Rightarrow D=(-2,+\infty)-\{2\}$

ب) $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]}$

مخرج $\neq 0$

اگر مخرج $=0$ ⇐ $4-2[-x]=0$

$[-x]=2$

$\Rightarrow 2\leq -x<3 \Rightarrow -3<x\leq -2$

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R}-(-3,-2]$

۳

الف) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}}$ اشتراک $D_f=[1,+\infty)$

≥ 0 زیر رادیکال ⇐ صورت ⇐ $x(x^2-1)=x(x-1)(x+1)$

تعیین علامت:

-1		0		1	
$-$	$+$		$-$		$+$

مخرج (مخرج $\neq 0$):

$x>0 \Rightarrow |x|=x \rightarrow |x|+x=2x$ ✓

$x<0 \Rightarrow |x|=-x \rightarrow |x|+x=0$ ✗

ب) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1}$

≥ 0 زیر رادیکال ⇐ $x\geq 2 \Rightarrow x-2-x^2=-(x^2-x+2)$ همواره $\Delta<0,\ a<0$ ✗

$x<2 \Rightarrow -x+2-x^2=-(x^2+x-2)=-(x+2)(x-1)$

تعیین علامت:

-2		1	
$-$	$+$		$-$

مخرج $\neq 0 \Rightarrow |x|\neq 1 \Rightarrow x\neq \pm 1$

اشتراک $D_f=[-2,1)-\{-1\}$

۴

$y=\dfrac{1}{||x-2|-1|-k}$ مخرج $\neq 0$ اگر مخرج $=0$ ⇐ $||x-2|-1|=k \rightarrow |x-2|-1=k \rightarrow |x-2|=k+1$

$\rightarrow x-2=k+1 \rightarrow x=k+3$

$\rightarrow x-2=-k-1 \rightarrow x=-k+1$

$\rightarrow |x-2|-1=-k \rightarrow |x-2|=1-k$

$\rightarrow x-2=1-k \rightarrow x=3-k$

$\rightarrow x-2=k-1 \Rightarrow x=k+1$

$k+3$ و $1-k$ ، $3-k$ ، $k+1$ ⇐ ۲ عدد صحیح ⇐ ۲ مورد باهم برابرند

نمی‌توانند باهم برابر باشند

$K+1=3-K \Rightarrow 2K=2 \Rightarrow K=1$ قق

$K+1=1-K \Rightarrow 2K=0 \Rightarrow K=0$ غقق ⇐ $K=1$

$K+3=3-K \Rightarrow 2K=0 \Rightarrow K=0$ غقق

$K+3=1-K \Rightarrow 2K=-2 \Rightarrow K=-1$ غقق

۵

$y=2x-[x] \Rightarrow -2\leq x<-1 \Rightarrow [x]=-2 \Rightarrow y=2x+2$ ($-2 \to -2$، $-1 \to 0$)

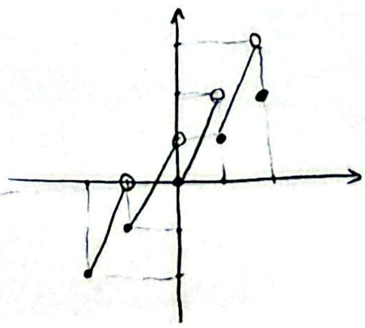
$-1\leq x<0 \Rightarrow [x]=-1 \Rightarrow y=2x+1$ ($-1 \to -1$، $0 \to 1$)

$0\leq x<1 \Rightarrow [x]=0 \Rightarrow y=2x$ ($0 \to 0$، $1 \to 2$)

$1\leq x<2 \Rightarrow [x]=1 \Rightarrow y=2x-1$ ($1 \to 1$، $2 \to 3$)

$x=2 \Rightarrow [x]=2 \Rightarrow y=2x-2 \to 2$

$\Rightarrow$



۶

مبدأ $\Rightarrow f(0)=0 \Rightarrow \frac{2}{a}+b=0 \Rightarrow \frac{2}{a}=-b \Rightarrow 2=-ab \Rightarrow ab=-2$

$f(1)=1 \Rightarrow \frac{0}{1+a}+b=1 \Rightarrow b=1 \Rightarrow a=-2$

$a-b=-2-1=\boxed{-3}$

۷

$$\begin{array}{l|l} x^3+2x^2-x-2 & x^2-1 \\ \underline{x^3-x} & x+2 \\ 2x^2-2 & \\ \underline{2x^2-2} & \\ 0 & \end{array}$$

$\Rightarrow f(x)=\frac{(x^2-1)(x+2)}{(x^2-1)}=x+2$, $x\neq\pm1$, $f(x)=g(x)$ $\Rightarrow x+c=x+2$, $\boxed{c=2}$

پس $b+c=\boxed{2/5}$

$f(x)=\frac{ax+2}{x+b}$, $x=\pm1$, $f(x)=g(x)$ $\Rightarrow \frac{ax+2}{x+b}=x+2$

$x=+1 \rightarrow \frac{a+2}{1+b}=3 \rightarrow a+2=3+3b \rightarrow a=1+3b$

$x=-1 \rightarrow \frac{-a+2}{-1+b}=1 \rightarrow 2-a=b-1 \rightarrow a+b=3$

$\rightarrow 4b+1=3$, $\boxed{b=0/5}$, $\boxed{a=2/5}$

۸

$f(1)=\sqrt{4-3a}+k-1$

$g(1)=\sqrt{b-4}+3k$

$\Rightarrow D_{2f-g}=D_f\cap D_g=\{1\} \Rightarrow \frac{3a}{4}=\frac{b}{4}=1 \Rightarrow \boxed{a=\frac{4}{3}}, \boxed{b=4}$

زیر رادیکال ≥ 0: $4x-3a\geq0$, $x\geq\frac{3a}{4}$

زیر رادیکال ≥ 0: $b-4x\geq0$, $x\leq\frac{b}{4}$

$\Rightarrow 2f(1)-g(1)=k$

$2\sqrt{4-4}+2k-2-\sqrt{4-4}-3k=k$

$-2-k=k \Rightarrow \boxed{k=-1}$

پس $3a-\frac{b}{2}-k=3\times\frac{4}{3}-\frac{4}{2}-(-1)=4-2+1=\boxed{3}$

۹

$D_{f+g}=D_f\cap D_g=[-1,7] \Rightarrow m=7$

$m-x\geq0$, $m\geq x$; $2x+2\geq0$, $x\geq-1$

$\underbrace{\sqrt{7-3}}_{2}+n-\underbrace{\sqrt{6+2}}_{2\sqrt{2}}=6\sqrt{2} \rightarrow n=8\sqrt{2}-2$

$\Rightarrow m+n=7+8\sqrt{2}-2=\boxed{5+8\sqrt{2}}$

۱۰

$y=\underbrace{(-1)^2}_{1}(x-[x])=\frac{1}{2}$

$y=x-[x]$ پس

$-2\leq x<-1 \rightarrow [x]=-2 \Rightarrow y=x+2$ $\;(-2\rightarrow0,\ -1\rightarrow1)$

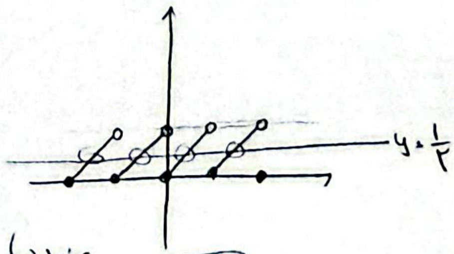
$-1\leq x<0 \rightarrow [x]=-1 \Rightarrow y=x+1$ $\;(-1\rightarrow0,\ 0\rightarrow1)$

$0\leq x<1 \rightarrow [x]=0 \Rightarrow y=x$ $\;(0\rightarrow0,\ 1\rightarrow1)$

$1\leq x<2 \rightarrow [x]=1 \Rightarrow y=x-1$ $\;(1\rightarrow0,\ 2\rightarrow1)$

$x=2 \rightarrow [x]=2 \Rightarrow y=x-2 \rightarrow 0$

$y=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ 

در ۴ نقطه برخورد. $\Rightarrow$ $\boxed{\text{۴ جواب}}$