۱۷

-۱

$f(x)=۲\left[\frac{۲-x}{۲}\right]+a\left[\frac{x+۲}{۳}\right]\xrightarrow{x\to-۲^+}۲[۲^-]+a[0^+]=۲$

$\xrightarrow{x\to-۲^-}۲[۲^+]+a[0^-]\Rightarrow \overset{۴}{\cancel{۲}}-a$

$۲=\overset{۴}{\cancel{۲}}-a\to a=\cancel{۴}\nearrow a=۲$

$\to\left[\frac{a}{۳}\right]\to\left[\frac{۴}{۳}\right]\to[۱٫۳]=۱$ ①

$\to\left[\frac{۲}{۳}\right]=0$

-۲

$\lim_{x\to\frac{\pi}{۶}^-}[۲\sin x-۱]\to[(۲\times ۱/۲)-۱]\to[0^-]=-۱$ ✓ ②

-۳

$\lim_{x\to-\frac{۱}{۲}}[۸x^۳-x]\xrightarrow{-۱/۲^+}\lim\left[۱-\frac{۱}{۲}\right]\to[0/۵^+]=0$

$\xrightarrow{-\frac{۱}{۲}^-}\lim\left[۱-\frac{۱}{۷}\right]\to[0/۸^-]=0\Rightarrow\boxed{0}$ ⓪

$\lim_{x\to(-\frac{۱}{۲})}[۸x^۳-x]=\left[۸\left(-\frac{۱}{۲}\right)^۳-\left(-\frac{۱}{۲}\right)\right]=\left[-۱+\frac{۱}{۲}\right]\to\left[-\frac{۱}{۲}\right]=-۱$

داخل براکت عدد صحیح نمی‌شود ← نیازی به دوشاخه کردن نیست

-٤

$\lim_{x\to(-\frac{۱}{۲})^-}\frac{۱۰x-۵+\left[\frac{۳}{x^۲}\right]}{۱۴x-\left[-\frac{۲}{x^۲}\right]}\to\frac{۱۰x-۵+\left[\frac{۳^-}{\frac{۱}{۴}}\right]}{۱۴x-\left[-\frac{۲^+}{\frac{۱}{۴}}\right]}\Rightarrow\frac{۱۰x+۶}{۱۴x+۸}=\frac{۱}{0}=-\infty$ ✓ ②

۵

$\lim_{x\to۱^+}\frac{\sin^۲\pi x}{[x]+\cos\pi x}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{رفع ابهام}}\frac{۱-\cos^۲\pi x}{۱+\cos\pi x}\to\frac{(۱-\cos\pi x)(۱+\cos\pi x)}{\cancel{(۱+\cos\pi x)}}$

$\to ۱-(\cos\pi)=②$ ✓ ②

-۶

$\lim_{x\to-۱}\frac{\sqrt{۲x+۳}-\sqrt{۳x+۴}}{۱+\sqrt[۳]{x}}=\frac{0}{0}\xrightarrow[\text{Hop}]{\text{رفع ابهام}}\frac{\frac{۲}{۲\sqrt{۲x+۳}}-\frac{۳}{۲\sqrt{۳x+۴}}}{0+\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}}$

$\frac{\frac{۲}{۲}-\frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۳}}\Rightarrow\frac{-\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۳}}\Rightarrow-\frac{۳}{۲}$ ✓ ②

-۷

$$\lim_{x\to ۱} \frac{۲x - ۷\sqrt{x} + ۵}{۲x - \sqrt{۳x+۱}} \rightarrow \frac{۰}{۰} \xrightarrow[\text{Hop}]{\text{رفع ابهام}} \frac{۲ - ۷\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}{۲ - \frac{۳}{۲\sqrt{۳x+۱}}}$$

$$\Rightarrow \frac{۲ - \frac{۷}{۲}}{۲ - \frac{۳}{۴}} \Rightarrow \frac{\frac{۴-۷}{۲}}{\frac{۸-۳}{۴}} \Rightarrow \frac{\frac{-۳}{۲}}{\frac{۵}{۴}} \rightarrow \frac{۴ \times -۳}{۲ \times ۵} = -۱۲$$

✓ ۲

-۸

$$\lim_{x\to ۰} \frac{a + \sqrt{bx+c}}{x} = \frac{۱}{۴} \xrightarrow[\text{Hop}]{\frac{۰}{۰}\ \text{رفع ابهام}} \frac{\frac{b}{۲\sqrt{bx+c}}}{\frac{۱}{۱}} = \frac{b}{۲\sqrt{bx+c}}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{b}{\cancel{۲}\sqrt{c}} = \frac{۱}{\cancel{۴}_{۲}}$$

$$۲b = \sqrt{c}$$

$$\frac{a + \sqrt{c}}{۰} \rightarrow a + \sqrt{c} = ۰ \longrightarrow a + ۲b = ۰ \rightarrow a = -۲b$$

$$\frac{-۲\cancel{b} \times \cancel{b}}{۴\cancel{b^۲}} \Rightarrow \boxed{-\frac{۱}{۲}}$$ ✓

۲

-۹

$$\lim_{x\to -۲\pi} \frac{۴ + k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x} = +\infty \xrightarrow{-۲\pi^+} \frac{۴ + k(-۲)}{۰^+} = +\infty$$

$$۴ - ۲k > ۰ \rightarrow \underline{k < ۲}\ \text{(I)}$$

$$\xrightarrow{-۲\pi^-} \frac{۴ - ۳k}{۰^-} = +\infty \longrightarrow ۴ - ۳k < ۰ \longrightarrow \underline{k > \frac{۴}{۳}}\ \text{II}$$

$$\xrightarrow[\text{I , II}]{\text{اشتراک}} \frac{۴}{۳} < k < ۲ \xrightarrow{\times(-۱)} -۲ < -k < -\frac{۴}{۳} \longrightarrow \underline{[-k] = -۲}$$ ✓

۲

-۱۰

$$\lim_{x\to ۸} \frac{b\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}} - ۲b}{ax - b} \longrightarrow \frac{۲b - ۲b = ۰}{۸.a - b = ۰} \longrightarrow ۸a = b$$

۲

$$\xrightarrow{\text{Hop}} \frac{b\,\frac{\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}}{۲\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}}}{a} \longrightarrow b\,\frac{\frac{\frac{۱}{۱۲}}{\cancel{۲\sqrt{۲+۲}}\ ۴}}{\frac{a}{۱}} \longrightarrow \frac{b}{۴۸a} \longrightarrow \frac{۸\cancel{a}}{۴۸\cancel{a}} = \frac{۸}{۴۸} = \boxed{\frac{۱}{۶}}$$ ✓