

۱۸.۵

نام و نام خانوادگی نام و نام خانوادگی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۹ ... کلاس ریاضیات پایه
 نام و نام خانوادگی نام و نام خانوادگی

با توجه به اینکه تابع f در $x = 2$ محدود نیست و در $x = 2^+$ و $x = 2^-$ برابر است:

$$x \rightarrow 2^+ : 2 \left[\frac{2-x}{1} \right] + a \left[\frac{x-2}{0} \right] = 2$$

$$x \rightarrow 2^- : 2 \left[\frac{2-x}{2} \right] + a \left[\frac{x-2}{-1} \right] = 2-a$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow 2-a=2 \rightarrow a=0 \rightarrow \left[\frac{2}{2} \right] = 0 \quad \checkmark \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} [x \sin x - 1] = [0] = -1 \quad \checkmark$$

(2)

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{e}} [x^e - x] = \left[\left(-\frac{1}{e} \right)^e - \left(-\frac{1}{e} \right) \right] = \left[\frac{-1}{e} \right] = -1 \quad \checkmark$$

(2)

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{e} \right)^-} \frac{10x - 5 + \left[\frac{x}{x^e} \right]}{12x - \left[\frac{-x}{x^e} \right]} = \frac{-10 + 11}{12x + 1} = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad \checkmark$$

$$x < \frac{1}{e} \rightarrow x^e > \frac{1}{e} \rightarrow \frac{1}{x^e} < e \rightarrow \frac{-x}{x^e} > -1$$

$$\frac{x}{x^e} < 12$$

(2)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - \cos^2 \pi x}{1 + \cos \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} 1 - \cos \pi x = 2 \quad \checkmark$$

(2)

۵

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+5} - \sqrt{3x+4}}{1+\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{2x+5} + \sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+5} + \sqrt{3x+4}} \times \frac{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x}}{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x-1}{x+1} \times \frac{1}{2} = \frac{-2}{2} \checkmark$$

6

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{3x+4}}{2x - \sqrt{3x+4}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})(\sqrt{x}+1)}{2(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})(\sqrt{x}+1)} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{x}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{x}}}{-\frac{1}{\sqrt{x}}} = 1$$

0.15

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{3x+4})}{2x - \sqrt{3x+4}} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{3x+4})}{2x - \sqrt{3x+4}} \times \frac{2x + \sqrt{3x+4}}{2x + \sqrt{3x+4}} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{3x+4}) \times (2x + \sqrt{3x+4})}{2x^2 - 3x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{3x+4})(x))}{(2x+1)(x-1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{3x+4})}{(2x+1)(x-1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{3x+4})(x)}{(2x+1)(x-1)} = \frac{(-2)(1)}{3 \times 2} = -\frac{1}{3}$$

7

$$a + \sqrt{c} = 0 \quad \text{①}$$

با توجه به اینکهخرج و صدمه کسر را می توانیم به صورت $\frac{0}{0}$ بنویسیم برای $x=0$ معادله نیز منفرجه است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + \sqrt{bx+c}}{x} \stackrel{\text{Hop}}{=} \frac{\frac{b}{2\sqrt{bx+c}}}{1} = \frac{b}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{2} \rightarrow 2b = \sqrt{c} \rightarrow c = 4b^2$$

8

$$\text{②} \rightarrow a = -\sqrt{c} = -2b$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{-2b \times b}{4b^2} = \frac{-1}{2} \checkmark$$

7

$$\lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{f + k \left[\frac{x}{\pi} \right]}{\sin x} = +\infty$$

$$\left. \begin{aligned} -\pi^+ & \frac{f - \pi k}{0^+} \rightarrow f - \pi k > 0 \rightarrow \pi k < f \rightarrow k < \frac{f}{\pi} \\ -\pi^- & \frac{f - \pi k}{0^-} \rightarrow f - \pi k < 0 \rightarrow \pi k > f \rightarrow k > \frac{f}{\pi} \end{aligned} \right\}$$

9

$$\frac{f}{\pi} < k < \frac{f}{\pi} \rightarrow [-k] = -\frac{f}{\pi} \checkmark$$

7

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{b \sqrt{2x+5} - 2b}{ax-b}$$

چون حد غیر منتهی است پس حد را می توانیم به صورت $\frac{\infty}{\infty}$ بنویسیم:

7

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{b \sqrt{2x+5} - 2b}{ax-b} \stackrel{\text{Hop}}{=} \frac{\frac{b}{2\sqrt{2x+5}}}{a} = \frac{b}{2a\sqrt{2x+5}} = \frac{b}{2a\sqrt{2x+5}} = \frac{1}{4}$$

10