



4,5

تکالیف حورا حقیقی



حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+5}{x+1}$

$\frac{2 \times 2 + 5}{3} = 3$ ✓

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x+5}{x+1}$

$\frac{2 \times 2 + 5}{3} = 3$ ✓

ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+5}{x+1}$

$\frac{2 \times 2 + 5}{3} = 3$ ✓

د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x+7}{x^2}$

$\frac{7}{0^+} = \frac{7}{\text{مثمن}} = \infty$ تن ✓
 $\frac{7}{0^-} = \frac{7}{\text{منفی}} = -\infty$ تن ✓

(2)

حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} 4[x] - 2$

$4[3^-] - 2 = 4 \times 2 - 2 = 6$ ✓

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} [4x - 2]$

$[4x] - 2 = [12^-] - 2 = 9$ ✓

ج) $\lim_{x \rightarrow 3^-} 4x - 2$

$4 \times 3 - 2 = 10$ ✓

د) $\lim_{x \rightarrow 3^+} 4x - 2$

$4 \times 3 - 2 = 10$ ✓

(2)

حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3[x]+1}{2}$

$\frac{3 \times 2 + 1}{2} = \frac{7}{2}$ ✓

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \left[\frac{3x+1}{2} \right]$

$[5^-] = 4$ ✓

ج) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x+1}{2}$

$\left[\frac{3 \times 3 + 1}{2} \right] = 5$ ✓

د) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x+1}{2}$

$\left[\frac{3 \times 3 + 1}{2} \right] = 5$ ✓

(2)



horia haghghi



۴ حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید. (گروه اول حدهای دو شافه‌ای)

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-5}{x^2-6x+5} = \frac{1}{x-1} \rightarrow \frac{1}{0^+} = +\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{x^2-6x+9} = \frac{1}{(x-3)^2} \rightarrow \frac{1}{0^+} = +\infty$

۵ حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید. (گروه دوم حدهای دو شافه‌ای)

الف) $\lim_{x \rightarrow -3} [-3x] - [5x]$
 $-3^+ \rightarrow 9 - (-15) = 24$
 $-3^- \rightarrow 9 - (-14) = 23$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^-} \left[\frac{-1}{x^4} \right]$
 $x < -\frac{1}{4} \rightarrow x^4 > \frac{1}{16} \rightarrow \frac{1}{x^4} < 16 \rightarrow -\frac{1}{x^4} > -16 \rightarrow [-16^+] = -14$

۶ حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید. (گروه دوم حدهای دو شافه‌ای)

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} [4x^3 - 3x^4 + 3]$
 $1^+ \rightarrow 4 - 3 + 3 = 4$
 $1^- \rightarrow 4 - 3 + 3 = 4$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} [4x^3 - 3x^4 + 3]$
 $0^+ \rightarrow 3$
 $0^- \rightarrow 3$

۷ حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید. (گروه سوم حدهای دو شافه‌ای)

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x^2-4} = \frac{x^3-8}{x^2-4} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2+2x+4}{x+2} \rightarrow \frac{4+4+4}{4} = 3$

ب) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{|\sin x|}{\sin 2x}$
 $\pi^+ \rightarrow \frac{-\sin \pi}{2 \sin \pi \cos \pi} = \frac{-1}{2(-1)(-1)} = -\frac{1}{2}$
 $\pi^- \rightarrow \frac{\sin \pi}{2 \sin \pi \cos \pi} = \frac{1}{2(-1)(-1)} = \frac{1}{2}$

۸ حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید. (گروه چهارم حدهای دو شافه‌ای)

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \sqrt{\cos x}$
 $\frac{\pi}{4}^+ \rightarrow 0^+$
 $\frac{\pi}{4}^- \rightarrow 0^-$
 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \sqrt{\cos x} = \sqrt{\cos \frac{\pi}{4}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x-2\sqrt{x}}$
 $x \rightarrow 0^+ \rightarrow 0^+$
 $x \rightarrow 0^- \rightarrow 0^-$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x-2\sqrt{x}} = \sqrt{0-0} = 0$

راهنمایی: اگر براکت یک جزء از صورت سوالات بود، اصولاً تکلیف براکت را مشخص می‌کنیم، کار بسیار ساده خواهد شد...

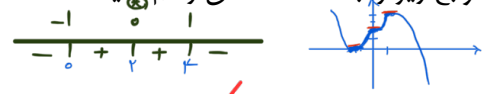
الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(-1)^{\lceil \sin x \rceil}}{x^3 - x^2} = \frac{1}{0^+ - 0^2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ ✓

۲

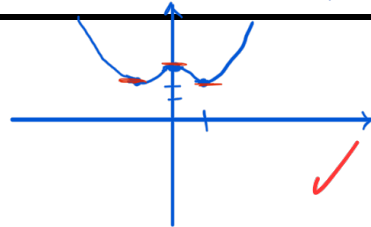
ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - [x^2]}{x - [x]}$
 $\begin{matrix} 2^+ & \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{2x}{1} = 4 \\ 2^- & \frac{x^2 - 3}{x - 1} = \frac{1}{1} = 1 \end{matrix}$ ✓

نمودار توابع زیر را به کمک مشتق رسم کنید.

الف) $y = 5x^3 - 3x^5 + 2$
 $-15x^2 + 15x^4 \quad 15x^4(1 - x^2)$



ب) $y = x^4 - 2x^2 + 3$
 $4x^3 - 4x \quad 4x(x^2 - 1)$
 $-\frac{1}{2} + \frac{0}{2} - \frac{1}{2} +$



۲