حسابان - ۱۲ دفتر A

①

$T=\frac{\pi}{|b|}\Rightarrow\frac{\pi}{۲}$

$-\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\frac{-۲\pi-\pi}{۴}=\frac{-۳\pi}{۴}\xrightarrow{\times -\frac{۱}{۲}}\frac{۳\pi}{۸}=C$

$\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\frac{۲\pi-\pi}{۴}=\frac{\pi}{۴}\xrightarrow{\times -\frac{۱}{۲}}-\frac{\pi}{۸}=A$

---

②

$x^۲-\sin\alpha\, x\underbrace{-\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}\sin^۲\alpha}_{\cos^۲=۱-\sin^۲}=۰\xrightarrow{x=\frac{۲}{۳}}\frac{۴}{۹}-\frac{۲}{۳}\sin\alpha-\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}\sin^۲\alpha$

$\xrightarrow{\times ۳۶}۱۶-۲۴\sin\alpha-۹+۹\sin^۲\alpha=۰\quad ۹\sin^۲\alpha-۲۴\sin\alpha+۷=۰$

$(۳\sin\alpha-۷)(۳\sin\alpha-۱)$

$\sin\alpha=\frac{۱}{۳}$ ✓

$\sin\alpha=\frac{۷}{۳}$ ✗

$۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\qquad\cos^۲\alpha=۱-\sin^۲\to\cos^۲\alpha=۱-\frac{۱}{۹}\Rightarrow\frac{۸}{۹}\qquad\boxed{۱+\tan^۲\alpha=\frac{۹}{۸}}$

---

③

$\xrightarrow[\text{log ها}]{\text{طبق قانون تفریق}}\log\frac{\sin\alpha}{-\cos\alpha}=\log ۳\qquad-\tan\alpha=۳\quad\tan\alpha=-۳\quad ۱+\tan^۲=\frac{۱}{\cos^۲}$

$\frac{۱}{\cos^۲}=۱+۹\qquad\cos^۲=\frac{۱}{۱۰}\qquad\cos\alpha=\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}\qquad\sin^۲\alpha=۱-\cos^۲\alpha\qquad\sin^۲\alpha=۱-\frac{۱}{۱۰}\Rightarrow\frac{۹}{۱۰}$

$\sin\alpha=\frac{۳\sqrt{۱۰}}{۱۰}\qquad\sin\alpha-\cos\alpha\Rightarrow\frac{۳\sqrt{۱۰}}{۱۰}-\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}\Rightarrow\frac{۲\sqrt{۱۰}}{۱۰}=\boxed{\frac{\sqrt{۱۰}}{۵}}$

---

④

$\sin^۲\alpha=۱-\cos^۲\alpha\longrightarrow\sin^۴\alpha=۱+\cos^۴\alpha-۲\cos^۲\alpha\xrightarrow{\sin^۴\alpha+\cos^۲\alpha=\frac{۴}{۵}}$

$۱+\cos^۴\alpha-۲\cos^۲\alpha+\cos^۲\alpha=\frac{۴}{۵}\qquad ۱+\cos^۴\alpha-\cos^۲\alpha=\frac{۴}{۵}\xrightarrow{۱-\cos^۲\alpha=\sin^۲\alpha}$

$\boxed{\sin^۲\alpha+\cos^۴\alpha=\frac{۴}{۵}}$

---

⑤

$\frac{\sin\alpha(۳+\cos\alpha)}{۲(\underbrace{۱-\cos^۲\alpha}_{\sin^۲\alpha})}=\frac{\overset{\text{همواره }(+)}{۳+\cos\alpha^{۳}}}{۲\sin\alpha}<۰\qquad\sin\alpha<۰$

$\sin\alpha\cdot\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}-\frac{۱}{\cos\alpha}>۰\qquad\frac{\sin^۲\alpha-۱}{\cos\alpha}>۰\qquad\frac{-\cancel{\cos^۲\alpha}}{\cancel{\cos\alpha}}>۰\qquad\boxed{\cos\alpha<۰}$

در ناحیه سوم است

(۷)

$\sin ۵۰ = \cos ۴۰$ $\quad \sqrt{\dfrac{1+\cos ۴۰}{\sin ۵۰ + \sin ۱۰}} \xrightarrow{\cos^۲\alpha = \frac{1+\cos ۲\alpha}{۲}} \sqrt{\dfrac{۲\cos^۲ ۲۰}{\sin ۵۰ + \sin ۱۰}}$

$$\frac{\sqrt{۲}\,|\cos ۲۰|}{\sin ۵۰ + \sin ۱۰} \xrightarrow[\text{cos۲۰ مثبت است}]{\text{۲۰ در ناحیه ۱۲ است پس}} \frac{\sqrt{۲}\cos ۲۰}{\sin ۵۰ + \sin ۱۰}$$

$$\sin ۵۰ + \sin ۱۰ \to ۲\underbrace{\sin\left(\frac{۵۰+۱۰}{۲}\right)}_{\frac{1}{۲}}\cos\left(\frac{۵۰-۱۰}{۲}\right)$$

$$\to \frac{\sqrt{۲}\,\cancel{\cos ۲۰}}{\cancel{\cos ۲۰}} = \boxed{\sqrt{۲}}$$

---

(۸)

$$\underbrace{(1-۲\sin^۲ ۵)}_{\cos ۱۰}\underbrace{(۲\cos^۲ ۱۰ - 1)}_{\cos ۲۰}\underbrace{\left(\frac{1-\tan^۲ ۲۰}{1+\tan^۲ ۲۰}\right)}_{\cos ۴۰} \to \frac{\sin ۱۰ \cos ۱۰ \times \cos ۲۰ \times \cos ۴۰}{\sin ۱۰}$$

$$\to \frac{\frac{1}{۲}\sin ۲۰ \cos ۲۰ \cdot \cos ۴۰}{\sin ۱۰} \Rightarrow \frac{\frac{1}{۴}\sin ۴۰ \cos ۴۰}{\sin ۱۰} \Rightarrow \frac{\frac{1}{۸}\overset{=\cos ۱۰}{\boxed{\sin ۸۰}}}{\sin ۰}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{۸}\tan ۱۰}$$

---

(۹)

$a\sin x + b\cos x = \dfrac{a}{|a|}\sqrt{a^۲+b^۲}\,\sin(x+\alpha) \quad \tan\alpha = \dfrac{b}{a}$

ب $\sin\alpha + ۳\cos\alpha = ۲ \to ۲\sin(\alpha + \quad) \quad \tan\alpha = ۳$