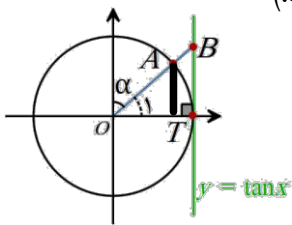


حورا حقیر

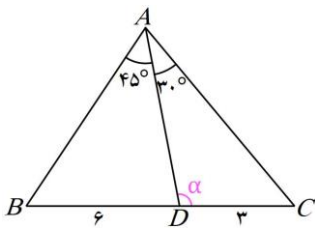
۱۷,۵



در دایره مثلثاتی مقابل طول پاره خط AB را بدست آورید. (طول پاره خط AB را بر حسب $\sin \alpha$ است).

$$OB' = OT' + BT' \rightarrow OB' = 1 + \cot^2 \alpha \rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$OB = \frac{1}{\sin \alpha} \rightarrow AB = \frac{1}{\sin \alpha} - 1$$



$$\frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{AD}{\sin B}$$

$$\frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{AD}{\sin C}$$

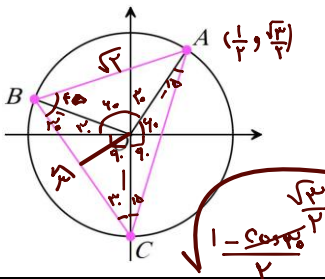
$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \rightarrow \frac{AB}{\sqrt{3} \sin B} = \frac{AC}{\sin B} \rightarrow \frac{AB}{AC} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} \sin B = AD$$

$$y \sin C = AD$$

$$y \sin C = \sqrt{3} \sin B \rightarrow \sin C = \sqrt{3} \sin B$$

در دایره مثلثاتی مقابل طول نقطه A برابر $\frac{1}{\sqrt{3}}$ و عرض نقطه B برابر $\frac{1}{\sqrt{3}}$ است:

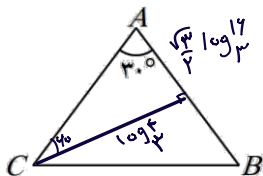


$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \sin 90^\circ + \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{4}$$

$$\frac{1}{\sin 120^\circ} = \frac{AC}{\sin 120^\circ} \rightarrow \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \rightarrow AC = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

در مثلث مقابل $AC = \log_3^{16}$ و $BC = \log_3^{19}$ مساحت مثلث ABC را بیابید.



$$\frac{\log_3^{16}}{\sin B} = \frac{\log_3^{19}}{\sin C}$$

$$S = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times \log_3^{16} \times \log_3^{19} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{4} \times 16 \times 19 \times \log_3^{16} \times \log_3^{19} = 3$$

$$AC = \frac{4 \log_3^{16}}{\log_3^{19}} = \frac{4}{19} = \frac{1}{4.75}$$

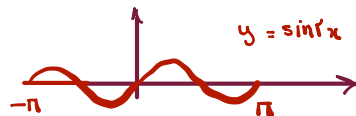
اگر باقی مانده تقسیم عبارت $(2 \sin^2 \alpha - 1)(2 \sin^2 \alpha - 1) - \sin^2 \alpha$ بر $x - \cos \alpha$ برابر ۱ باشد $\sin 2\alpha$ را محاسبه کنید.

$$\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha (-\cos^2 \alpha) \quad \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = 1$$

$$\cos^2 \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1) + \cos^2 \alpha \Rightarrow \sin 2\alpha = 0$$

نمودارهای مثلثاتی زیر را در بازه های خواسته شده با ذکر دوره ی تناوب رسم کنید.

الف) $y = -2 \sin x \cos x + 2$ $T = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ $[-\pi, \pi]$

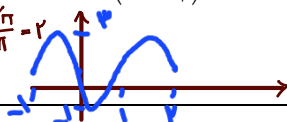


$$- \sin 2x + 2$$



ب) $y = 2 \cos \left(x + \frac{1}{2} \right) \pi + 1$ $[-\pi, 2\pi]$

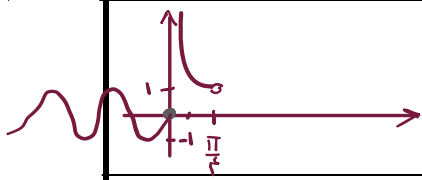
$$T = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$$



$$2 \cos \left(\pi x + \frac{\pi}{2} \right) + 1$$

$$-2 \sin \pi x + 1$$

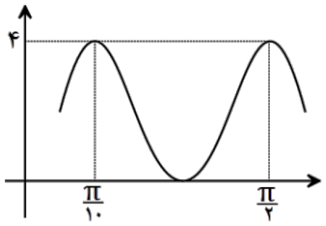
۱,۵



برد تابع $f(x) = \begin{cases} \cot x & ; 0 < x < \frac{\pi}{4} \\ \sin x & ; x \leq 0 \end{cases}$ را به کمک رسم شکل مشخص کنید.
 $RF = [-1, +\infty)$ ✓

۷

شکل مقابل بخشی از نمودار $f(x) = a + b \sin(cx) \cos(cx)$ است. مقدار $\frac{bc}{a}$ را بیابید. ($c > 0$)



$T = \frac{\pi}{\gamma} - \frac{\pi}{10} = \frac{6\pi}{10}$ $\frac{1}{\gamma} \sin 2cx$ $a + b \times \frac{1}{\gamma} \sin(4cx)$ ✓

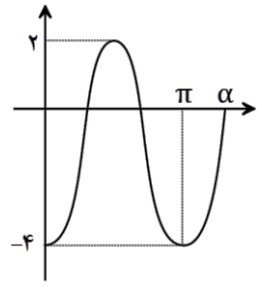
$\frac{4\pi}{\gamma} = \frac{6\pi}{10} \times \omega$ $\frac{4}{\gamma} = \frac{6}{10} \times \omega$ $\frac{4}{\gamma} \times \frac{\omega}{\gamma} = \omega$ ✓

$4c = \omega$ $c = \frac{\omega}{4}$ $a + \frac{b}{\gamma} = 4$ $a - \frac{b}{\gamma} = 0$

$2a = 4$ $b = 8$ $a = 2$ $\frac{b}{\gamma} = 2$

۸

نمودار $f(x) = a \cos bx + c$ رسم شده است. حاصل $|\tan 2\alpha|$ را بیابید.



$T = \pi$ $|\tan 2\alpha| = \frac{\sqrt{12}}{-\frac{1}{3}} = -\sqrt{12}$ ✓

$\frac{2\pi}{b} = \pi$ $b = 2$

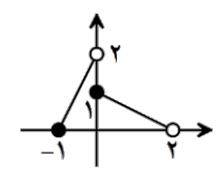
$a + c = -4$ $a - 3 = -4$ $a = -1$

$-a + c = 2$ $1 + c = 2$ $c = 1$

$\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$ $\sin 2\alpha = \pm \frac{\sqrt{12}}{3}$ $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

۹

اگر شکل مقابل از نمودار تابع متناوب $y = f(x)$ با دوره تناوب ۳ باشد حاصل $f(-34/5)$ را بیابید.



$1 = -\frac{2}{3} \times \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$ ✓

$y = \frac{1}{5}$

یعنی از انتهای شکل اصلی $\frac{1}{5}$ عقب برویم تا $x = 1/5$

۱۰