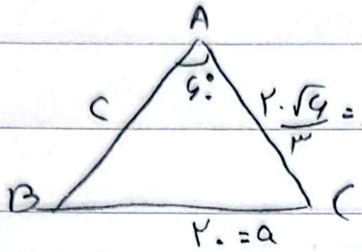
هستا محلات پاسخ تشریحی تکلیف ۱۳

۱- $BC = ۲۰$ ، $\overset{۴۵}{\cancel{\hat{B}}} + \hat{C} = ۱۲۰$ ، $AC = \frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}$ ، زاویه‌های B و C ؟

$\hat{A} = ۶۰^\circ$ $\qquad C = ۷۵^\circ$

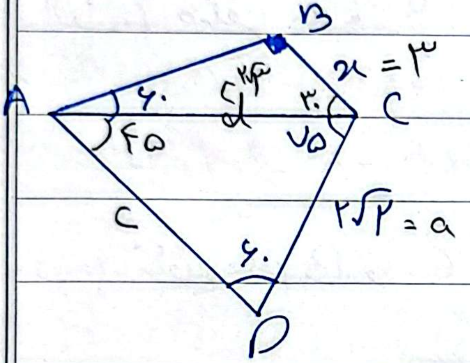


$$\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}}{\sin B} = \frac{۲۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$$

$$\to \sin B = \frac{\sqrt{۱۸}}{۶} = \frac{۳\sqrt{۲}}{۶} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \to B = ۴۵^\circ$$

۲- $x = ?$ ۳

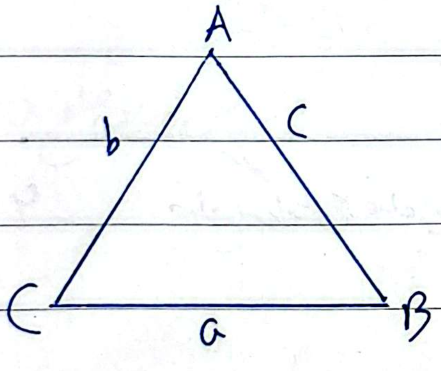


$$۱۸۰ - (\underbrace{\cancel{۶۰ + ۷۵}}_{۱۳۵}) = ۴۵$$

$$\frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{\cancel{\sqrt{۲}}}{۲}} = \frac{d}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow d = \frac{۴\times\sqrt{۳}}{۲} = ۲\sqrt{۳}$$

$$\frac{۲\sqrt{۳}}{۱} = \frac{x}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \to x = \cancel{۲}\sqrt{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{\cancel{۲}} = ۳$$

۳- $(b^۲ - ۲)\frac{\sin C}{\sin B} = c$ $\qquad b = ?$ ۲



$$\downarrow$$

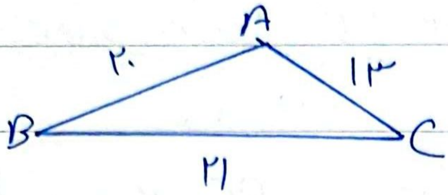
$$\frac{(b^۲ - ۲)}{\cancel{\sin B}} = \frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\cancel{\sin B}}$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B}$$

$$b^۲ - ۲ = b$$

$$b = \underset{\checkmark}{۲}, \underset{\times}{-۱} \leftarrow (b-۲)(b+۱) = ۰ \Leftarrow b^۲ - b - ۲ = ۰$$

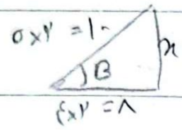
۴- $\sin B = ?$



$b^۲ = a^۲ + c^۲ - ۲ac\cos B$

$۱۶۹ = ۴۰۰ + ۴۴۱ - ۲(۲۰)(۲۱)\cos B$

$۸۴۰\cos B = ۶۷۲$



$x = ۲×۳ = ۶$ $\cos B = ۰/۸$ $\sin B = ۰/۶$

۵- $\hat{A} = ۶۰°$ ، $c = ۲(۱+\sqrt{۳})$ ، $b = ۴$

$(۲+۲\sqrt{۳})^۲ = ۴ + ۱۲ + ۸\sqrt{۳} = ۱۶ + ۸\sqrt{۳}$

الف) ضلع a = ؟

$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A} \longrightarrow a^۲ = ۱۶ + ۱۶ + ۸\sqrt{۳} - ۲(۴)(۲+۲\sqrt{۳})\cancel{\frac{۱}{۲}}$

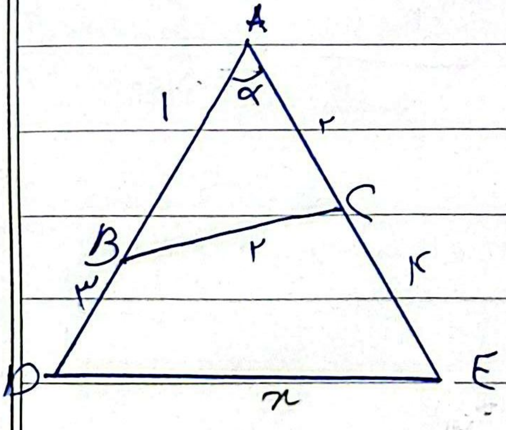
$a = \sqrt{۲۴} \longleftarrow a^۲ = ۳۲ \cancel{+۸\sqrt{۳}} - ۸ \cancel{-۸\sqrt{۳}} = ۲۴$

ب) زاویه‌های B و C

$\frac{\overset{۲\sqrt{۶}}{\cancel{\sqrt{۲۴}}}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۴}{\sin B} = \frac{۲(۱+\sqrt{۳})}{\sin C} \longrightarrow C = ۱۸۰ - (\underbrace{\cancel{۴۵+۶۰}}_{۱۰۵}) = ۷۵$

$۴\sqrt{۲} = \frac{\cancel{۴}}{\sin B} \longrightarrow \sin B = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \longrightarrow B = ۴۵°$

۶- ضلع بزرگتر ۴ ضلعی؟



$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A}$

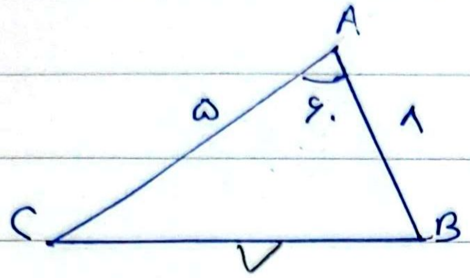
$۴ = ۴ + ۱ - ۲(۲)(۱)\cos\alpha$

$۴\cos\alpha = ۱ \longrightarrow \cos\alpha = \frac{۱}{۴}$

$x^۲ = \overset{۵۲}{\cancel{۳۶+۱۶}} - ۲(۶)(\cancel{۴})\cancel{\cos\alpha}$ $\frac{۱}{۴}$

$x^۲ = ۴۰ \longrightarrow x = ۲\sqrt{۱۰}$

۷-



الف) طول BC ؟

$$BC^{۲} = ۶۴ + ۲۵ - ۲(۵)(۸)\ \cancel{\cos ۶۰}\ \frac{۱}{۲}$$

$$BC^{۲} = ۸۹ - ۴۰ = ۴۹ \rightarrow BC = ۷$$

ب) مساحت ABC ؟

$$S_{ABC} = \frac{۱}{\cancel{۲}} \times \overset{۲}{\cancel{۸}} \times ۵ \times \underset{\frac{\sqrt{۳}}{\cancel{۲}}}{\cancel{\sin ۶۰}} = ۱۰\sqrt{۳}$$

۸-

$$\frac{(b+c)^{۲} - a^{۲}}{bc(\cos\hat{A} + ۱)}$$

$$a^{۲} = b^{۲} + c^{۲} - ۲bc\cos A$$

$$۲bc\cos A = b^{۲} + c^{۲} - a^{۲}$$

$$= \frac{\overset{۲bc\cos A}{b^{۲} + c^{۲} + ۲bc - a^{۲}}}{bc(\cos\hat{A} + ۱)} = \frac{۲bc\,\cancel{(\cos A + ۱)}}{bc\,\cancel{(\cos A + ۱)}} = ۲$$

۹-

$$\frac{a^{۳} + b^{۳} - c^{۳}}{a + b - c} = a^{۲}$$

کسینوس زاویه روبه ضلع a ؟

$$\cancel{a^{۳}} + b^{۳} - c^{۳} = \cancel{a^{۳}} + a^{۲}b - a^{۲}c$$

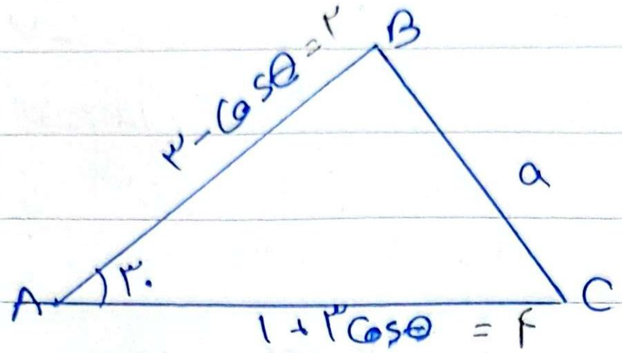
$$\cancel{(b-c)}(b^{۲} + c^{۲} + bc) = a^{۲}\cancel{(b-c)} \rightarrow a^{۲} = b^{۲} + c^{۲} + bc$$

قضیه کسینوس‌ها $\rightarrow a^{۲} = b^{۲} + c^{۲} - ۲bc\cos A$

$$\cancel{b^{۲}} + \cancel{c^{۲}} + bc = \cancel{b^{۲}} + \cancel{c^{۲}} - ۲bc\cos A$$

$$\boxed{\cos A = \frac{-۱}{۲}}$$

۱۰- مساحت مثلث = ۲ ، $a^۲ = ؟$



$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲}(۱+۳\cos\theta)(۳-\cos\theta)\,\underbrace{\cancel{\sin ۳۰}}_{\frac{۱}{۲}} = ۲$$

$$(۱+۳\cos\theta)(۳-\cos\theta) = ۸$$

$$۳ - \cos\theta + ۹\cos\theta - ۳\cos^۲\theta = ۸$$

$$۳\cos^۲\theta - ۸\cos\theta + ۵ = ۰ \longrightarrow a+b+c=۰$$

$$\cos\theta = \boxed{۱} \quad \text{یا} \quad \frac{۵}{۳}\ \text{غ ق ق}$$

کسینوس از ۱ بیشتر

$$a^۲ = ۱۶ + ۴ - \cancel{۲}(۴)(۲)\,\underbrace{\cancel{\cos ۳۰}}_{\frac{\sqrt{۳}}{\cancel{۲}}}$$

$$a^۲ = ۲۰ - ۸\sqrt{۳}$$