نگین یعقوبی   دوازدهم A   حسابان تکلیف شماره ۱۳-

۱-

$$\frac{b}{\sin B}=\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C} \quad *$$

$BC=۲۰$

$AC=\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}$

$B+C=۱۲۰ \xrightarrow[\text{داخلی مثلث}]{\text{مجموع زوایای}} A+B+C=۱۸۰$

$A=۶۰$

۱۸۰ درجه است

$$\frac{\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}}{\sin B}=\frac{۲۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$$

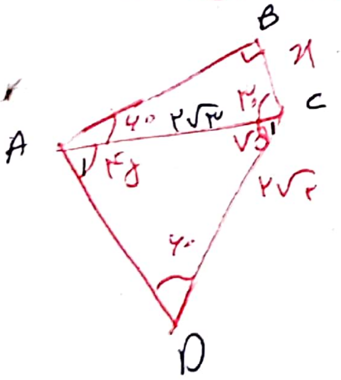
$$\sin B=\frac{\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\cancel{۲۰}}=\frac{۳\sqrt{۲}}{۶}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \to B=۴۵$$

$B+C=۱۲۰$

$\to C=۷۵$

۲-

طبق رابطه *



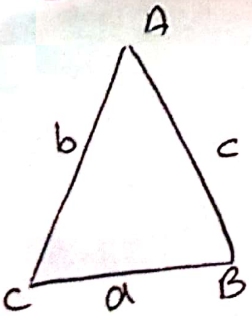
مجموع زوایای داخلی مثلث $A_1+C_1+D=۱۸۰ \Rightarrow A_1=۴۵°$

$$\frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=\frac{AC}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow AC=۲\sqrt{۳}$$

$$\frac{۲\sqrt{۳}}{۱}=\frac{x}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۲\sqrt{۳} \Rightarrow x=۳$$

[illegible]

۳-



$$\frac{\sin C}{\sin B}=\frac{c}{b}$$

$(b^۲-۲)\frac{\cancel{c}}{b}=\cancel{c} \xrightarrow{\text{چون } ۹۰°}$ $b^۲-۲=b$

است می‌توانیم
از طرفین خط
بزنیم c ها که
هم هست

$b^۲-b-۲=۰$

$(b-۲)(b+۱)=۰$

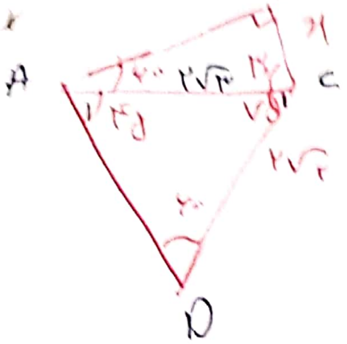
$b-۲=۰$ $\quad$ $b+۱=۰$

$b=۲$ $\quad$ $b=-۱$

قابل قبول $\quad$ غیر قابل قبول

$b=۲$

۲-



مجموع زوایای داخلی مثلث $A_۱ + C_۱ + D = ۱۸۰ \rightarrow A_۱ = ۴۵^\circ$

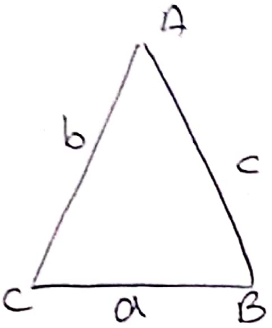
طبق رابطه *

$$\frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = \frac{AC}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow AC = ۲\sqrt{۳}$$

$$\frac{۲\sqrt{۳}}{۱} = \frac{x}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{۳} \times ۲\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow x = ۳$$

[illegible]

۳-



$$\frac{\sin C}{\sin B} = \frac{c}{b}$$

$$(b^۲ - ۲)\frac{\cancel{c}}{b} = \cancel{c} \xrightarrow{\text{چون } c\neq ۰}$$

است می‌توانیم
از طرفین خط
بزنیم c‌ها ثابت
هم هست

$b^۲ - ۲ = b$

$b^۲ - b - ۲ = ۰$

$(b-۲)(b+۱) = ۰$

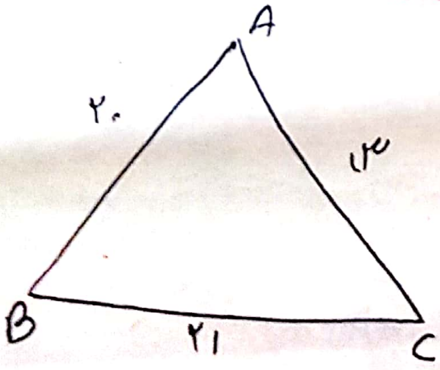
$b - ۲ = ۰$ $\quad$ $b + ۱ = ۰$

$b = ۲$ $\quad$ $b = -۱$

قابل قبول $\quad$ غیرقابل قبول

$b = ۲$

۴-



$$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos A \quad *_۱$$

$$(۱۳)^۲ = ۲۱^۲ + ۲۰^۲ - ۲ \times ۲۰ \times ۲۱ \times \cos B$$

$$۱۶۹ = ۴۴۱ + ۴۰۰ - ۸۴۰ \cos B$$

$$-۶۷۲ = -۸۴۰ \cos B$$

$$۹۶ = ۱۲۰ \cos B \rightarrow \cos B = \frac{۹۶}{۱۲۰} = \frac{۸}{۱۰}$$

$$\cos^۲ B + \sin^۲ B = ۱$$

$$\Rightarrow \sin B > ۰$$

$$\Rightarrow \sin B = \frac{۶}{۱۰}$$

۵- طبق رابطه ۱۰ در سوال قبل الف)

$a^۲ = ۴^۲ + (۲+۲\sqrt{۳})^۲ - ۲(۲+۲\sqrt{۳})۴\cos ۶۰$

$a^۲ = ۱۶ + ۴ + ۱۲ + ۸\sqrt{۳} - ۸ - ۴\sqrt{۳} - ۴\sqrt{۳}$

$a^۲ = ۲۴ + ۴\sqrt{۳} - ۴\sqrt{۳} \rightarrow a = \sqrt{۲۴+۴\sqrt{۳}-۴\sqrt{۳}} \Rightarrow a = \sqrt{۲۴} = ۲\sqrt{۶}$

ب) $\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} \Rightarrow \frac{۲(۱+\sqrt{۳})}{\sin C} = \frac{۴}{\sin B} = \frac{۲\sqrt{۶}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = ۴\sqrt{۲}$

$\sin B = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow B = ۴۵^\circ$

$C = ۱۸۰ - ۶۰ - ۴۵ = ۷۵$

۶- $BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲ \times AB \times AC \cos\alpha \Rightarrow ۴ = ۴ + ۱ - ۲\times۲\times۱\times\cos\alpha$

$-۱ = -۴\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{۱}{۴}$

$DE^۲ = AD^۲ + AE^۲ - ۲AD\,AE\cos\alpha \Rightarrow DE^۲ = ۱۶ + ۳۶ - ۲\times\cancel{۴}\times۶\times\frac{۱}{\cancel{۴}} = ۴۰$

$DE = \sqrt{۴۰} = ۲\sqrt{۱۰}$

۷- الف) طبق رابطه ۱۰،

$\sin ۶۰ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \qquad \cos ۶۰ = \frac{۱}{۲}$

$BC^۲ = ۸^۲ + ۵^۲ - \cancel{۲}\times۸\times۵\times\frac{۱}{\cancel{۲}}$

$BC^۲ = ۸۹ - ۴۰ = ۴۹ \rightarrow$ $BC = ۷$

۶-

$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲ \times AB \times AC \cos\alpha \Rightarrow ۴ = ۴ + ۱ - ۲ \times ۲ \times ۱ \times \cos\alpha$

$-۱ = -۴\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{۱}{۴}$

$DE^۲ = AD^۲ + AE^۲ - ۲AD\,AE\cos\alpha \Rightarrow DE^۲ = ۱۶ + ۳۶ - ۲ \times \cancel{۴} \times ۶ \times \frac{۱}{\cancel{۴}} = ۴۰$

$DE = \sqrt{۴۰} = ۲\sqrt{۱۰}$

۷-

$\sin ۶۰ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ $\cos ۶۰ = \frac{۱}{۲}$

الف) طبق رابطه ۸۱.

$BC^۲ = ۸^۲ + ۵^۲ - \cancel{۲} \times ۸ \times ۵ \times \frac{۱}{\cancel{۲}}$

$BC^۲ = ۸۹ - ۴۰$ [illegible] $= ۴۹ \rightarrow$ [illegible] $BC = ۷$

ب)

$S_{ABC} = AB \times AC \times \sin ۶۰ \times \frac{۱}{۲} = ۸ \times ۵ \times \frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۴۰ \times \frac{\sqrt{۳}}{۴} = ۱۰\sqrt{۳}$

۸-

$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos A$

$(b+c)^۲ - a^۲ = \cancel{b^۲} + \cancel{c^۲} + ۲bc - \cancel{b^۲} - \cancel{c^۲} + ۲bc\cos A = ۲bc(۱ + \cos A)$

$-۱ \leq \cos A \leq ۱$

$۰ \leq ۱ + \cos A \leq ۱$

$\frac{(b+c)^۲ - a^۲}{bc(\cos A + ۱)} = \frac{۲bc(\cancel{۱ + \cos A})}{bc(\cancel{۱ + \cos A})} = ۲$

که همچنین نابرابری
در مثلث
امکان پذیر نیست

-۹

$a^{۳} + a^{۲}b - a^{۲}c = \cancel{a^{۳}} + b^{۳} - c^{۳}$

$a^{۲}b - b^{۳} = a^{۲}c - c^{۳}$

$b(a^{۲} - b^{۲}) = c(a^{۲} - c^{۲})$

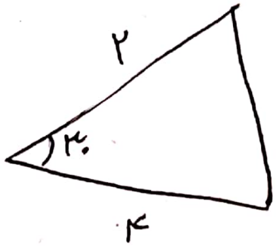
$b^{۳} - c^{۳} = a^{۲}b - a^{۲}c$

$\cancel{(b-c)}(b^{۲} + c^{۲} + bc) = \cancel{(b-c)}(b^{۲} + c^{۲} - ۲bc\cos A)$

$\cos A = -\frac{۱}{۲}$

۱۰- طبق رابطه

$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times b \times c \times \sin A$



$۲ = \frac{۱}{۴} \times (۳ - \cos\theta)(۱ + ۳\cos\theta)$

$(۳ - \cos\theta)(۱ + ۳\cos\theta) = ۸$

$۳ + ۹\cos\theta - \cos\theta - ۳\cos^{۲}\theta = ۸$

$-۳\cos^{۲}\theta + ۸\cos\theta - ۵ = ۰ \xrightarrow[\text{روسی}]{\text{روش } ac}$

$\cos^{۲}\theta + ۸\cos\theta + ۱۵ = ۰$

$(\cos\theta + ۳)(\cos\theta + ۵) = ۰$

$\cos\theta + ۳ = ۰$

$\cos\theta = \frac{-۳}{-۳} = ۱$

$\cos\theta + ۵ = ۰$

$\cos\theta = \frac{-۵}{-۳}$

غ قابل قبول

$-۱ \leq \sin\theta \leq ۱$

$a^{۲} = ۲^{۲} + ۴^{۲} - \cancel{۲} \times ۲ \times ۴ \times \frac{\sqrt{۳}}{\cancel{۲}}$

$\rightarrow a^{۲} = ۲۰ - ۸\sqrt{۳}$

طبق رابطه ۱*