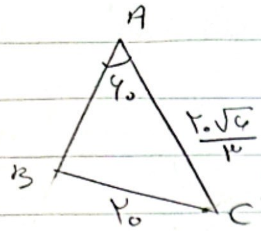
۲۰

۱



$\hat{B}+\hat{C}=۱۲۰^\circ \to \hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰^\circ \to \hat{A}=۶۰^\circ$

قضیه سینوس ها : $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C} \to \frac{۲۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}}{\sin\hat{B}}$

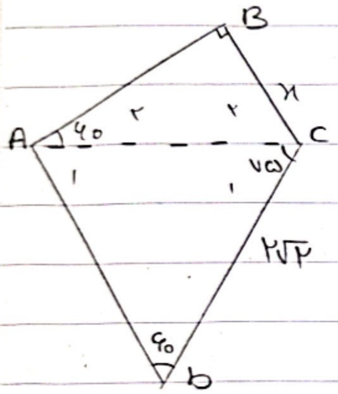
$\sin\hat{B}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \to \begin{cases}\hat{B}=۱۳۵^\circ \; \times \\ \hat{B}=۴۵^\circ \; ✓\end{cases}$ (چون $\hat{B}+\hat{C}=۱۲۰$)

$\to \hat{B}+\hat{C}=۱۲۰ \to \hat{C}=۷۵^\circ$

جواب : $\begin{cases}\hat{C}=۷۵^\circ \; ✓ \\ \hat{B}=۴۵^\circ \; ✓\end{cases}$

۲

۲



$\hat{A}_1+\hat{C}_1+\hat{B}_1=۱۸۰ \to \hat{A}_1=۴۵$

$(A\hat{C}D)$ قضیه سینوس ها : $\frac{DC}{\sin\hat{A}_1}=\frac{AD}{\sin\hat{C}_1}=\frac{AC}{\sin\hat{D}} \to \frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=\frac{AC}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$

$\to AC=۲\sqrt{۳}$

۲

$(A\hat{B}C)$ قضیه سینوس ها : $\frac{AC}{\sin\hat{B}}=\frac{BC}{\sin\hat{A}_2}=\frac{AB}{\sin\hat{C}_2} \to \frac{۲\sqrt{۳}}{۱}=\frac{x}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$

جواب : $x=۳$ ✓

۳

قضیه سینوس ها : $\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}} \to \frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{b}$

$(b^۲-۲)\frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}}=c \to (b^۲-۲)\frac{\cancel{c}}{b}=\cancel{c} \to b^۲-b-۲=۰ \to (b-۲)(b+۱)=۰$

$\begin{cases}b=۲ \; ✓ \\ b=-۱ \; \times\end{cases}$ جواب : $b=۲$ ✓

۲

۴)

قضیه کسینوس‌ها: $c^2 + a^2 - 2ac\cos\hat{B} = b^2 \rightarrow 20^2 + 21^2 + (-2)(21)(20)\cos\hat{B} = 13^2$

$\cos\hat{B} = \frac{8}{10} \rightarrow \sin^2\hat{B} + \cos^2\hat{B} = 1 \rightarrow$ جواب: $\sin\hat{B} = \frac{6}{10}$

۲

۵)

الف) $b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A} = a^2 \rightarrow 4^2 + 2^2(1+\sqrt{3})^2 + (-2)(4)(2+2\sqrt{3})\cos 60 = a^2$

$\rightarrow a = \sqrt{24} \rightarrow$ جواب: $a = 2\sqrt{6}$

ب) قضیه سینوس‌ها: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \rightarrow \frac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sin B} \rightarrow \sin\hat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

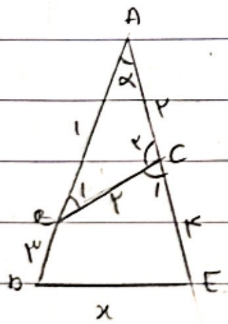
$\begin{cases} \hat{B} = 135^\circ \quad (\hat{A} + \hat{B} > 180) \quad \text{غ ق ق} \quad \times \\ \hat{B} = 45^\circ \quad \checkmark \end{cases}$

$\hat{B} = 45, \hat{A} = 60 \rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180 \rightarrow \hat{C} = 75$

جواب: $\begin{cases} \hat{C} = 75 \\ \hat{B} = 45 \end{cases}$

۲

۶)



$x = ?$

$\overline{AC} = \overline{BC} \rightarrow$ متساوی‌الساقین $\hat{ABC} \rightarrow \hat{A} = \hat{B}_1 = \alpha$

$\hat{A} + \hat{B}_1 + \hat{C}_2 = 180 \rightarrow \hat{C}_2 = 180 - 2\alpha$

۲

قضیه سینوس‌ها $(A\hat{B}C)$: $\frac{BC}{\sin\hat{A}} = \frac{AC}{\sin\hat{B}_1} = \frac{AB}{\sin\hat{C}_2} \rightarrow \frac{1}{\underbrace{\sin(180 - 2\alpha)}_{\sin 2\alpha}} = \frac{2}{\sin\alpha} \rightarrow \frac{1}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha} \rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{4}$

قضیه کسینوس‌ها $(A\hat{D}E)$: $AD^2 + AE^2 - 2 \times AE \times AD \times \cos\alpha = DE^2 \rightarrow 4^2 + 6^2 + (-2)(24)(\frac{1}{4}) = DE^2$

$DE^2 = 40 \rightarrow$ جواب: $DE = 2\sqrt{10}$

s.a.m

Subject: Date: / /

۷)

الف) قضیه کسینوس‌ها : $b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A} = a^2 \rightarrow 5^2 + 8^2 + (-2)(40)(\frac{1}{2}) = a^2 \rightarrow a = 7$

ب) $S = \frac{AC \times AB \times \sin\hat{A}}{2} \rightarrow S = \frac{5 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 10\sqrt{3}$

۲

۸)

قضیه کسینوس‌ها : $b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A} = a^2$

$$\frac{(b+c)^2 - a^2}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \frac{b^2 + c^2 + 2bc - a^2}{bc\cos\hat{A} + bc} = \frac{a^2 + 2bc\cos\hat{A} + 2bc - a^2}{bc\cos\hat{A} + bc}$$

$$\frac{2bc(\cos\hat{A}+1)}{bc(\cos\hat{A}+1)} = 2$$

۲

۹)

$$\frac{a^3 + b^3 - c^3}{a+b-c} = a^2 \rightarrow \cancel{a^3} + b^3 - c^3 = \cancel{a^3} + a^2 b - a^2 c \rightarrow$$

$$(b-c)(b^2 + c^2 + bc) = a^2(b-c) \rightarrow b^2 + c^2 + bc = a^2 \quad (1) \rightarrow$$

۲

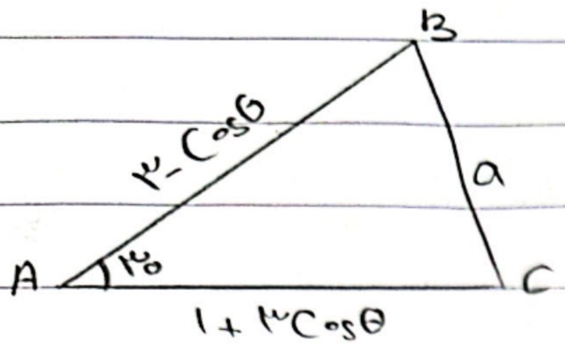
$b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A} = a^2$: قضیه کسینوس‌ها (2) → از (۱) , (۲) را هم ارز قرار میدهیم →

$$\left\{ -2bc\cos\hat{A} = bc \rightarrow \cos\hat{A} = \frac{-1}{2} \right.$$

جواب : $\boxed{\hat{A} = 120^\circ}$

s.a.m

۱۰



$S = ۲$

$a^۲ = ?$

$$S = \frac{AB \times AC \times \sin \hat{A}}{۲} = \frac{(۳ - \cos\theta)(۱ + ۳\cos\theta)}{۴} = ۲$$

$$۳\cos^۲\theta - ۸\cos\theta + ۵ = ۰ \xrightarrow[\text{دوم}]{\text{روش ؟}} \cos^۲\theta - ۸\cos\theta + ۱۵ = ۰$$

$$\left(\cos\theta - \frac{۳}{۳}\right)\left(\cos\theta - \frac{۵}{۳}\right) = ۰ \rightarrow (\cos - ۱)\left(\cos\theta - \frac{۵}{۳}\right) = ۰ \rightarrow \begin{cases} \cos\theta = \frac{۵}{۳} \;\times \\ \cos\theta = ۱ \;\checkmark \end{cases}$$

چون $(-۱ \leq \cos\theta \leq ۱)$

$$\begin{cases} AB = ۲ \\ AC = ۴ \end{cases}$$

تعمیم فیثاغورس : $b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A} = a^۲ \rightarrow ۴^۲ + ۲^۲ + (-۲)(۸)\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right) = a^۲$

$a^۲ = ۲۰ - ۸\sqrt{۳}$ ✓

۲