Subject: ۲۵ آفرین!

Year: Month: Day: تدریس ایرانیوا page: ( )

۱- الف) $y = x + [x] \Rightarrow [y] = ۲[x]$ ۲

$x \leftrightarrow y \Rightarrow [y] \Rightarrow y = x - ۲[x] \Rightarrow f^{-1}(x) = x - ۲[x]$

ب) نقاط تقاطع: $x - ۲[x] = x + [x] \Rightarrow ۳[x] = ۰ \Rightarrow ۰ \le x < ۱$

۳/۲ در برد f نیست، پس $f \circ f^{-1}(۳/۲)$ جواب ندارد

$x + [x] = \frac{۳}{۲} \Rightarrow x = \frac{۳}{۲} \Rightarrow f \circ f^{-1}(\frac{۳}{۲}) = \frac{۳}{۲}$

$\downarrow$

$f \circ f^{-1}(x) = x$

۲- تابع معکوس آن برابر است $\Rightarrow a + b = ۰ \Rightarrow a = -b \Rightarrow \frac{a}{۲} = \frac{b}{۲}$ ... غیر ممکن

۲

$f \circ f(۵ - \sqrt{۷}) = f \circ f^{-1}(۵ - \sqrt{۷}) = ۵ - \sqrt{۷}$

۳- $x = \frac{۳x + ۳}{x + ۳} \Rightarrow x^۲ + ۳x = ۳x + ۳ \Rightarrow x^۲ + ۳x - ۳ = ۰$ ۲

$x = \frac{-۳ \pm \sqrt{۹ + ۱۲}}{۲} = \frac{-۳ \pm \sqrt{۲۱}}{۲}$

$\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} \Rightarrow \frac{۲}{-۳ + \sqrt{۲۱}} + \frac{۲}{-۳ - \sqrt{۲۱}} = \frac{-۶ - ۲\sqrt{۲۱} - ۶ + ۲\sqrt{۲۱}}{۹ - ۲۱} = \frac{-۱۲}{-۱۲} = ۱$

۴- $f(x) = |۲x + ۵| - |۵x - ۲|$ ۲

$-\frac{۵}{۲}$, $\frac{۲}{۵}$

$-۲x - ۵ + ۵x - ۲ = ۳x - ۷$ صعودی | $-\frac{۵}{۲}$ | $۲x + ۵ + ۵x - ۲ = ۷x + ۳$ صعودی | $\frac{۲}{۵}$ | $۲x + ۵ - ۵x + ۲ = -۳x + ۷$ نزولی

$R_f = -۳(\frac{۲}{۵}) + ۷ = -\frac{۶}{۵} + \frac{۳۵}{۵} = \frac{۲۹}{۵} \Rightarrow (-\infty, \frac{۲۹}{۵}]$

$f^{-1} \Rightarrow x = -۳y + ۷ \Rightarrow y = \frac{-x + ۷}{۳} \Rightarrow x \in (-\infty, \frac{۲۹}{۵}]$

۵- (۲)

$g(x)=y \Rightarrow g^{-1}(y)=x$

$y=2f(3x)-1 \rightarrow f(3x)=\frac{y+1}{2} \Rightarrow 3x=f^{-1}(\frac{y+1}{2}) \Rightarrow x=\frac{1}{3}f^{-1}(\frac{y+1}{2})$

$g^{-1}(y)=x \Rightarrow g^{-1}(y)=\frac{1}{3}f^{-1}(\frac{y+1}{2}) \Rightarrow a=\frac{1}{3} \quad b=1 \quad c=2 \quad d=0$

$\frac{ac+d}{2b}=\frac{\frac{2}{3}}{2}=\frac{1}{3}$ ✓

۶- (۲)

$f(x)=x+2\sqrt{x} \Rightarrow x\geq 0 \Rightarrow R_f=0+2\sqrt{0}=0 \Rightarrow R_f=[0,+\infty)$

$x=y+2\sqrt{y} \xrightarrow{+1} x=(\sqrt{y}+1)^2-1 \Rightarrow x+1=(\sqrt{y}+1)^2$

$\sqrt{x+1}=\sqrt{y}+1 \Rightarrow \sqrt{y}=\sqrt{x+1}-1 \Rightarrow y=x+1+1-2\sqrt{x+1}$

$\Rightarrow y=x+2-2\sqrt{x+1} \Rightarrow x\geq 0$ ✓

۷- در این نقاط تقاطع داریم

$x=y \Rightarrow x=x-1+2^{x} \xrightarrow{-x} 1=2^{x} \Rightarrow x=0$ ✓

(۲)

۸- (۲)

$f^{-1}(x)=t \Rightarrow f(t)=x=t^3-4t$

$f^{-1}(x)-x\geq 0 \Rightarrow t-(t^3-4t)\geq 0 \Rightarrow t^3+3t\leq 0$

$\Rightarrow t(t^2+3)\leq 0$ $-\ 0\ +$ $t=(-\infty,0]$ ✓ اعداد صحیح منفی

۹- (۲)

$f^{-1}(x+4)=x-3 \Rightarrow f(x-3)=x+4 \Rightarrow f(t)=t+7$

$-t+\sqrt{t+14}=t+7 \Rightarrow (2t+7)^2=t+14 \Rightarrow 4t^2+27t+35=0$

$t=\frac{-27\pm\sqrt{27^2-16\times 35}}{8} \Rightarrow \boxed{t=-3/}\ ,\ -3/75$

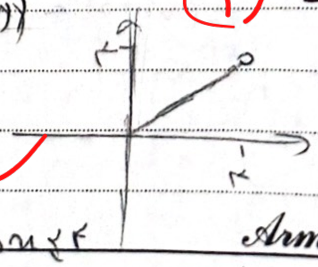
ق بخورد ✓

۱۰- (۲)

$\sqrt{y}=2-\sqrt{x} \Rightarrow y=(2-\sqrt{x})^2 \Rightarrow f\circ f(x)=(2-\sqrt{(2-\sqrt{x})^2})^2$

$f\circ f(x)=(2-|2-\sqrt{x}|)^2 \Rightarrow (2-2+\sqrt{x})^2=|x|$

$x\geq 0$ ✓



$2-\sqrt{x}\geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}\leq 2 \Rightarrow x\leq 4$

Arman