روژین نسریان

① $f(x)=x+[x] \longrightarrow x=y+[y] \longrightarrow [x]=2[y] \longrightarrow \frac{[x]}{2}=[y]$ $\Big\}$ $x=y+\frac{[x]}{2}$

$\longrightarrow f^{-1}(x)=x-\frac{[x]}{2}$ ۱۸ ۲

الف) $x+[x]=x-\frac{[x]}{2} \longrightarrow \frac{3[x]}{2}=0 \longrightarrow [x]=0 \longrightarrow 0\le x<1 \longrightarrow$ بیشمار نقطه

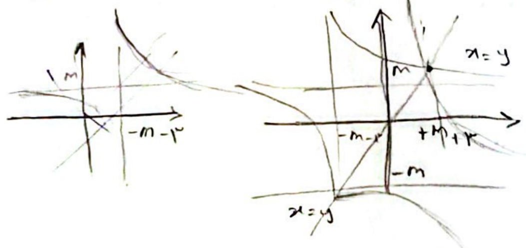
ب) $fof^{-1}(x)=2x-\frac{3}{2} \longrightarrow x=2x-\frac{3}{2} \longrightarrow x=\frac{3}{2}$ $f^{-1}(\frac{3}{2})=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$ $f(1)=2$ $\xrightarrow{\text{جواب نیست}}$

$\longrightarrow fof^{-1}(\frac{3}{2})=2$ $2(\frac{3}{2})-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$ $\longrightarrow$ معادله جواب ندارد

② $y=\frac{ax+3}{4x+b}$ $\longrightarrow x=\frac{-b}{4}$, $\longrightarrow y=\frac{a}{4}$ $\Big\}$ $\xrightarrow{x=y} \frac{-b}{4}=\frac{a}{4} \longrightarrow -b=a \longrightarrow y=\frac{ax+3}{4x-a}$ ۲

$\xrightarrow{0=b,\ a\neq 0}$ $f(x)=f^{-1}(x) \longrightarrow fof(5-\sqrt{6})=fof^{-1}(5-\sqrt{6})=5-\sqrt{6}$

③ $f(\alpha)=\frac{\alpha m+3}{\alpha+m+3}$ ۲



$\frac{mx+3}{x+m+3}=x \longrightarrow x^2+\cancel{mx}+3x=\cancel{mx}+3 \longrightarrow x^2+3x-3=0$ $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-3}{-3}=1$

④ $f(x)=|2x+5|-|5x-2|$ ۲

$-\frac{5}{2}$		$\frac{2}{5}$	
$-2x-5+5x-2$	$2x+5+5x-2$	$2x+5-5x+2$	
$3x-7=y$	$7x+3=y$	$-3x+7=y$	

$\longrightarrow f(x)=-3x+7$ $\begin{matrix} x\ge \frac{2}{5} \\ y\le \frac{29}{5}\end{matrix}$ $\longrightarrow f^{-1}(x)=\frac{7-x}{3}$ $x\le\frac{29}{5}$ $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

⑤ $g(x)=2f(3x)-1$ $g^{-1}(x)=af^{-1}(\frac{x+b}{c})+d$

$x=g(af^{-1}(\frac{x+b}{c})+d) \longrightarrow x=2f(3af^{-1}(\frac{x+b}{c})+3d)$ ۰

y

$f(3x)=\frac{g(x)+1}{2}$ $3x=f^{-1}(\frac{g(x)+1}{2}) \longrightarrow x=\frac{1}{3}f^{-1}(\frac{g(x)+1}{2})$

$g^{-1}(x)=af^{-1}(\frac{x+b}{c})+d \longrightarrow$

$g(x)=t=2f(3x)-1$

$g^{-1}(t)=x$ $\frac{f^{-1}(\frac{t+1}{2})}{3}=x$

$g^{-1}(t)=\frac{f^{-1}(\frac{t+1}{2})}{3} \longrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=1 \\ c=2 \\ d=0 \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{جواب}}$ $\boxed{\frac{1}{3}}$

[redacted]

(۶) $f(x)=(\sqrt{x}+1)^2-1 \qquad x\ge 0 \qquad y\ge 0 \qquad (0\ \ 0)$

$\pm\sqrt{x+1}-1=\sqrt{y} \longrightarrow (\pm\sqrt{x+1}-1)^2=y \longrightarrow (\sqrt{x+1}-1)^2=y \qquad x\ge 0$

(۲)

(۷) $y=\underbrace{x-1}_{\text{صعودی است}}+\underbrace{2^x}_{\text{صعودی است}} \longrightarrow \cancel{x}-1+2^x=\cancel{x} \qquad 2^x=1 \longrightarrow x=0$

(۲)

(۸) $f^{-1}(x)\ge x \xrightarrow[\text{ترکیب}]{f(x)} x\ge f(x) \longrightarrow x\ge x^3+4x \qquad 0\ge x^3+3x$

(تابع صعودی است)

$x(x^2+3)\le 0$

$\begin{array}{ccc} & 0 & \\ - & & + \end{array}$

تنها عدد صحیح نامثبت که در نامعادله صدق می‌کند $\{0\}$ است.

(۲)

(۹) $f(x)=-x+\sqrt{x+4} \qquad x\ge -3 \qquad y\le 4$

(۲)

① $x=-y+\sqrt{y+4} \longrightarrow$ ② $x+4=-y+\sqrt{y+4}$

$\cancel{x}+4+y-\sqrt{y+4}=\cancel{x}-3-y \longrightarrow \cancel{2y-\sqrt{y+4}} \quad 8+2y-\sqrt{y+4}-1=0$

$2(4+y)-\sqrt{y+4}-1=0 \longrightarrow 2t^2-t-1=0 \qquad t=1 \qquad \cancel{t=\frac{1}{4}} \qquad t=-\frac{1}{2}$ غ ق ق

$\sqrt{y+4}=1 \longrightarrow y=-3 \qquad x+4=3+1 \qquad \boxed{\begin{array}{l} x=0 \\ y=-3 \end{array}}$ نقطه ①

(۱۰) $\sqrt{x}+\sqrt{y}=2 \xrightarrow{\text{جای x و y عوض}} \sqrt{y}+\sqrt{x}=2 \xrightarrow{\text{تابع با وارونش برابر}} 4\ge x\ge 0 \qquad 4\ge y\ge 0$

(۲)

$fof^{-1}(x)=x$