نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..11.. کلاس ....

1

الف) در این تابع ...

$f(x) = x + [x]$

$y = x + [x] \rightarrow x = y + [y] \rightarrow [x] = [y + [y]] \rightarrow [x] = 2[y]$

$[y] = \frac{[x]}{2} \rightarrow x = y + \frac{[x]}{2}$

$y = x - \frac{[x]}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = x - \frac{[x]}{2}$

$x + [x] = [x] - \frac{[x]}{2} \rightarrow \frac{3}{2}[x] = 0 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow 0 \le x < 1 , y = x$

ب) $f \circ f^{-1}(x) = 2x - \frac{3}{2} \rightarrow x = 2x - \frac{3}{2}$

$x = \frac{3}{2}$

2

طول نقطه تماس $\rightarrow -\frac{b}{4}$

مجانب قائم $\rightarrow \frac{a}{4}$

در صورت سوال $\rightarrow -\frac{b}{4} = \frac{a}{4} \rightarrow a = -b \Rightarrow$ [illegible] تابع و معکوس آن با هم برابر است

$f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x \rightarrow f \circ f(5 - \sqrt{4}) \rightarrow \boxed{5 - \sqrt{4}}$

3

$f^{-1}(x) = \frac{-(m+3)x + 3}{x - m} = \frac{mx + 3}{x + (m+3)} \rightarrow (-m+3)x^2 + 3x - (m+3)^2 x \rightarrow$

$3(m+3) = mx^2 + 3x - mx - 3m \rightarrow -mx^2 - 3x^2 + 3x - m^2 x - 6mx - 9x + 3m + 9 = mx^2 + 3x - mx - 3m$

$\rightarrow -2mx^2 - 3x^2 - 9x - 6mx + 3m + 9 + 3m \rightarrow -(2m+3)x^2 - (9 + 9m)x + 9m + 9 \rightarrow$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P} = \frac{9+9m}{-(2m+3)} \div \frac{9+9m}{-(2m+3)} = \boxed{1}$

4

$f(x) = |3x + 5| - |5x - 2|$

$x = -3y + 7 \rightarrow 3y = 7 - x \rightarrow y = \frac{-x + 7}{3} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{7 - x}{3}$

$D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty , \frac{29}{5}]$

	$-\frac{5}{3}$		$\frac{2}{5}$	
$3x - 7$		$7x + 3$		$-3x + 7$

5

$g(x) = k \rightarrow 2f(3x) - 1 = k \rightarrow f^{-1}\left(\frac{k+1}{2}\right) = 3x \rightarrow x = \frac{f^{-1}\left(\frac{k+1}{2}\right)}{3} = g^{-1}(x)$

$g^{-1}(k) = \frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{k+1}{2}\right) \rightarrow a = \frac{1}{3} , b = 1 , c = 2 , d = 0$

$\frac{ac + d}{2b} = \frac{\frac{2}{3} + 0}{2} = \boxed{\frac{1}{3}}$

۶

$f(x) = x + 2\sqrt{x} \longrightarrow (\sqrt{x}+1)^2 - 1 \Longrightarrow (\sqrt{x}+1)^2 = y+1 \longrightarrow \sqrt{x}+1 = \pm\sqrt{y+1} - 1$

$\sqrt{x}=0 \longrightarrow 1-1=0 \longrightarrow x \geq 0 ,\ y \geq 0$

منفی نمی‌تواند باشد زیرا $\sqrt{x} = -2$

$x = (\sqrt{y+1} - 1)^2 \longrightarrow y = (\sqrt{x+1} - 1)^2 \longrightarrow f^{-1}(x) = (\sqrt{x+1} - 1)^2$

$D_f = R_{f^{-1}} = [0, +\infty)$

$R_f = D_{f^{-1}} = [0, +\infty)$

۷

$y = x - 1 + 2^x$ ⟵ معکوس است ⟵ باید روی نیمساز ناحیه اول و سوم قطع شد $\longrightarrow x = x - 1 + 2^x$

$1 = 2^x$

$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \longrightarrow$ یک نقطه

۸

$f(x) = +x^3 + 3x \longrightarrow$ اکیداً صعودی

$y = \sqrt{f^{-1}(x) - x}$ ⟵ زیر رادیکال ≥ ۰ ⟵ $f^{-1}(x) \geq x$ ⟵ اکیداً صعودی ⟵ $x \geq f(x) \longrightarrow x \geq x^3 + 3x$

$x^3 + 2x \leq 0$

$x(x^2+2) \leq 0$ (همواره +) $\longleftarrow$ $x=0$ (یک عضو صحیح است)

۹

$x = y + \sqrt{y+4} \longrightarrow x+y = \sqrt{y+4} \longrightarrow (x+y)^2 = y+4 \longrightarrow x^2 + y^2 + 2xy - y - 4 = 0$

$y^2 + (2x-1)y + (x^2-4) = 0 \longrightarrow y = \frac{-(2x-1) \pm \sqrt{(2x-1)^2 - 4(x^2-4)}}{2} \longrightarrow 4x^2 - 4x + 1 - 4x^2 + 16 = 17 - 4x$

$y = \frac{-2x+1 \pm \sqrt{17-4x}}{2}$ ⟵ با توجه به اینکه منفی نیست / مقدار آن مثبت است ⟵ $y = \frac{-2x + \sqrt{17-4x}}{2}$

$g(x) = \frac{-2(x+4) + 1 + \sqrt{17 - 4(x+4)}}{2} \longrightarrow \frac{-2\times(-7) + \sqrt{1-4x}}{2} \Longrightarrow x = -3 \longrightarrow (x=0)$

با مبدأ برخورد دارد

۱۰

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \xrightarrow{f^{-1}(x)} \sqrt{y} + \sqrt{x} = 2 \longrightarrow f(x) = f^{-1}(x) \longrightarrow D_f = [0,4] ,\ R_f = [0,4]$

$fof(x) = fof^{-1}(x) = x \longrightarrow D_{f^{-1}} = R_f = [0,4]$