نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۱ ..... کلاس ..... شماره .....

۱۹٫۵

۱ (۱٫۵)

الف) $f(x) = x + [x]$

$y = x + [x] \to x = y + [y] \to [x] = [y + [y]] \to [x] = 2[y]$

$[y] = \frac{[x]}{2} \to x = y + \frac{[x]}{2}$

$y = x - \frac{[x]}{2} \to f^{-1}(x) = x - \frac{[x]}{2}$

ب) $fof^{-1}(x) = 3x - \frac{3}{2} \to x = 3x - \frac{3}{2}$

$x = \frac{3}{2}$ بوده تابع f از هر عدد نوع تا عدد فرد

$[x] = [x] - \frac{[x]}{2} \to \frac{1}{2}[x] = 0 \to [x] = 0 \to 1 \le x < 2$ بصحاست یعنی $\frac{3}{2}$ - ۳ غ ق می‌شه و جواب قبول است!

۲ (۲)

$-\frac{b}{4}$ → سمت تانیم

$\frac{a}{4}$ → سمت اول

$\frac{-b}{4} = \frac{a}{4} \to a = -b$ ← مجانب اول

تابع صعودی با شیب مثبت است

$f(x) = f^{-1}(x) \to fof(x) = fof^{-1} = fof^{-1}(x) = x \to fof(3x-4) \to$ **$9x-14$**

۳ (۲)

$f^{-1}(x) = \frac{-(m+3)x+3}{x-m} = \frac{mx+3}{x+(m+3)} \to (-m+3)x^2 + 3x - (m+3)^2 x \to$

$3(x+3) = mx^2 + 3x - m^2 x - 3m \to -mx^2 - 3x^2 + 3x - m^2 x - 9mx - 9x + 3m + 9 = mx^2 + 3x - m^2 x - 3m$

$\to -2mx^2 - 3x^2 - 9x - 9mx + 3m + 9 + 3m \to -(2m+3)x^2 - (9+9m)x + 9m + 9 \to$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P} = \frac{9+9m}{-(2m+3)} = \frac{9+9m}{-(2m+3)} = 1$

۴ (۲)

$f(x) = |x+5| - |3x-2|$

$x = -3y + 7 \to 3y = 7 - x \to y = \frac{-x+7}{3} \to f^{-1}(x) = \frac{7-x}{3}$

$D_f = R_f = \mathbb{R} = (-\infty, \frac{19}{5}]$

$\frac{5}{2}$		$\frac{2}{5}$
$3x-7$	$7x+3$	$-3x+7$

۵ (۲)

$g(x) = k \to 2f(3x) - 1 = k \to f^{-1}\left(\frac{k+1}{2}\right) = 3x \to x = \frac{f^{-1}\left(\frac{k+1}{2}\right)}{3} = g^{-1}(x)$

$g^{-1}(k) = \frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{k+1}{2}\right)$

$a = \frac{1}{3}$

$b = 1$

$c = 2$

$d = 0$

$\frac{ac+d}{2b} = \frac{\frac{2}{3}+0}{2} = \frac{1}{3}$

$f(x) = x + 2\sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{x}+1)^2 - 1 \Rightarrow (\sqrt{x}+1)^2 = y+1 \rightarrow \sqrt{x}+1 = \pm\sqrt{y+1} - 1$ ۶ (۲)

$\sqrt{x} = 0 \rightarrow 1 - 1 = 0 \rightarrow x \geq 0 , y \geq 0$ — منفی غیرقابل قبول است زیرا $\sqrt{x} \geq 0$

$x = (\sqrt{y+1} - 1)^2 \rightarrow y = (\sqrt{x+1} - 1)^2 \rightarrow f^{-1}(x) = (\sqrt{x+1} - 1)^2$ ✓

$D_f = R_{f^{-1}} = [0, +\infty)$

$R_f = D_{f^{-1}} = [0, +\infty)$

$y = x - 1 + 2^x \rightarrow$ معکوس است $\rightarrow$ باید در روی نیمساز ناحیه اول و سوم قطع شد $\rightarrow x = x - 1 + 2^x$ ۷ (۲)

$1 = 2^x$

$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow$ یک نقطه ✓

$f(x) = x^3 + 3x \rightarrow$ اکیداً صعودی ۸ (۲)

$y = \sqrt{f^{-1}(x) - x} \xrightarrow{\text{دامنه (زیر رادیکال)}} f^{-1}(x) \geq x \xrightarrow{\text{اکیداً صعودی}} x \geq f(x) \rightarrow x \geq x^3 + 3x$

$x^3 + 2x \leq 0$

$x = 0$ یک عضو مجموعه تک‌عضوی $\leftarrow x(x^2 + 2) \leq 0$ (همواره +) ✓

$x = y + \sqrt{y+4} \rightarrow x - y = \sqrt{y+4} \rightarrow (x-y)^2 = y+4 \rightarrow x^2 + y^2 - 2xy - y - 4 = 0$ ۹ (۲)

$y^2 + (2x-1)y + (x^2 - 4) = 0 \rightarrow y = \frac{-(2x-1) \pm \sqrt{(2x-1)^2 - 4(x^2-4)}}{2} \rightarrow 4x^2 - 4x + 1 - 4x^2 + 16 = 17 - 4x$

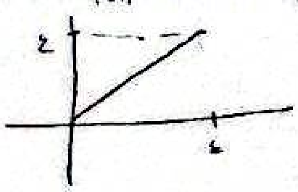
$y = \frac{-2x + 1 \pm \sqrt{17 - 4x}}{2} \xrightarrow[\text{معادلات مسئله}]{\text{با توجه به شرایط}} y = \frac{2x + \sqrt{17-4x}}{2}$

[illegible]

$g(x) = \frac{-2(x+4) + 1 + \sqrt{17 - 4(x+4)}}{2} \rightarrow \frac{-2x(-7) + \sqrt{1-4x}}{2} \Rightarrow x - 3 \rightarrow (x = 0)$ ✓

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \xrightarrow{f^{-1}(x)} \sqrt{y} + \sqrt{x} = 2 \rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow D_f = [0, 4] , R_f = [0, 4]$ ۱۰ (۲)

$fof(x) = fof^{-1}(x) = x \rightarrow D_{f'} = R_f = [0, 4]$



✓