۱۱,۵

هیلا تاکی - ۱۲ دفتر A

① (۱,۵)

الف) $f^{-1}(x) \Rightarrow [y]=[x+[x]] \quad [y]=2[x] \quad [x]=\frac{[y]}{2} \quad \left(\xrightarrow[\ [x]=y-x\ ]{x+[x]=y} \right.$

$y-x=\frac{[y]}{2} \quad x=y-\frac{[y]}{2} \longrightarrow y=x-\frac{[x]}{2} \xrightarrow{f(x)=f^{-1}(x)} x+[x]=x-\frac{[x]}{2}$

$2[x]=-[x] \longrightarrow [x]=0 \quad x \in [0,1)$ برای این بازه نقطه همدیگر را قطع می‌کنند ✓

ب) $fof^{-1}(x)=x \quad 2x-\frac{3}{2}=x \longrightarrow \boxed{x=\frac{3}{2}}$

برد تابع f از هر عدد زوج تا عدد فرد بعدی است یعنی $\frac{3}{2}=x$ غلط میباشد و جواب تهی است!

---

② (۲)

مجانب افقی $\to y=\frac{a}{4} \xrightarrow{y=x} \frac{a}{4}=-\frac{b}{4} \to a=-b \to a+b=0$

مجانب قائم $\to x=-\frac{b}{4}$

$f(f(x))=\dfrac{a\left(\frac{ax+3}{4x+b}\right)+3}{4\left(\frac{ax+b}{4x+b}\right)+b} \to \dfrac{\frac{a(ax+3)+3(4x+b)}{4x+b}}{\frac{4(ax+3)+b(4x+b)}{4x+b}} \xrightarrow{\text{پس از ساده کردن}} \dfrac{(a^2+12)x+3(a+b)}{(4a+4b)x+12+b^2}$

$\to \dfrac{(a^2+12)x+3(0)}{4(0)x+12+b^2}=\dfrac{(a^2+12)x}{b^2+12} \xrightarrow{a=-b} \dfrac{(a^2+12)x}{a^2+12} \to fof(x)=x$

$fof(5-\sqrt{9})=\boxed{5-\sqrt{9}}$ ✓

---

③ (۲)

وارون خودرا در $y=x$ قطع می‌کند $\to \dfrac{mx+3}{x+m+3}=x \quad mx+3=x^2+mx+3x$

$\to x^2+3x-3=0 \quad \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta} \to \dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\dfrac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} \to \dfrac{-3}{-3}=① $ ✓

---

④ (۲)

$f(x)=|2x+5|-|5x-2| \quad 2x+5=0 \quad x=-2/5$

$5x-2=0 \quad x=0/4$

$D_{f^{-1}}=R_f=x\leq\frac{29}{5}$

$-2/5$		$0/4$
$-2x-5+5x-2$	$2x+5+5x-2$	$2x+5-5x+2$
$\to 3x-7$	$\to 7x+3$	$\boxed{-3x+7}$ ✓
$\begin{matrix}-4\\-19\end{matrix}$ $\begin{matrix}-3\\-16\end{matrix}$ $\begin{matrix}-2\\-13\end{matrix}$	$\begin{matrix}-1\\-4\end{matrix}$ $\begin{matrix}0\\3\end{matrix}$	$\begin{matrix}1\\4\end{matrix}$ $\begin{matrix}2\\1\end{matrix}$ $\begin{matrix}3\\-2\end{matrix}$
صعودی ×	صعودی ×	نزولی ✓

$y=-3x+7 \xrightarrow{f^{-1}(x)}$

$x=-3y+7$

$\boxed{y=-\frac{x}{3}+\frac{7}{3}}$ ✓

۵ - صفر

⑥ ۱,۵

$f(x)=x+2\sqrt{x} \longrightarrow f(x)=(\sqrt{x}+1)^2-1$

$f^{-1}(x) \Rightarrow \quad y+1=(\sqrt{x}+1)^2 \quad \sqrt{y+1}=\sqrt{x}+1 \quad \sqrt{x}=\sqrt{y+1}-1 \quad x=(\sqrt{y+1}-1)^2$

$\rightarrow f^{-1}(x)=(\sqrt{x+1}-1)^2$ برای دامنه اش باید برد $f(x)$ را حساب کنیم $\quad y=(\sqrt{x}+1)^2-1 \quad (\sqrt{x}+1)^2=y+1$

$y+1\geq 0 \quad y\geq -1$

پس تابعش و دامنه اش $\Rightarrow f^{-1}(x)=(\sqrt{x+1}-1)^2 \quad D_{f^{-1}(x)}=[0,+\infty)=R_f$

---

⑦ ۲ در یک نقطه قطع می کند

$2^x+x-1=x \quad 2^x=1 \quad 2^x=2^0 \quad x=0$

---

⑩ ۰/۵

$\sqrt{x}+\sqrt{y}=2 \quad \sqrt{y}=2-\sqrt{x}\geq 0 \quad y=(2-\sqrt{x})^2 \rightarrow 0\leq x\leq 4$

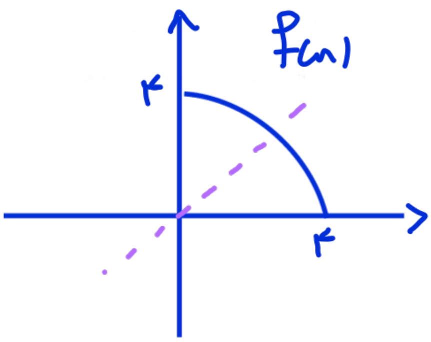
همواره +

$fof(x) \rightarrow \left(2-\sqrt{(2-\sqrt{x})^2}\right)^2 \rightarrow \left(2-|2-\sqrt{x}|\right)^2$

$f(2-\sqrt{x})$

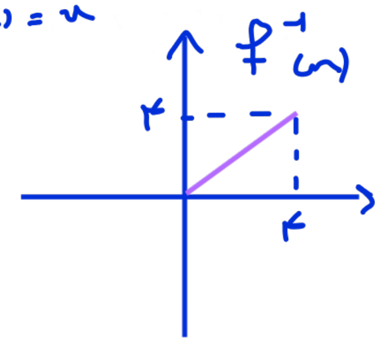
$fof(x)=4+4+x-4\sqrt{x}-4|2-\sqrt{x}| \qquad fof(x)=8+x-4\sqrt{x}-4|2-\sqrt{x}|$

$fof(x)=x$



$f(x)=f^{-1}(x)$

$D_f=R_f$



۸ و ۹ - صفر