نام و نام خانوادگی ..[illegible].............. پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۱.. کلاس ..دوازدهم تجربی A..

۱

الف) $f(x)=x+[x]$

$y=x+[x] \to x=y+[y]$

$[x]=[y+[y]] \to [x]=2[y]$

$[y]=\frac{[x]}{2} \to x=y+\frac{[x]}{2}$

$y=x-\frac{[x]}{2} \to f^{-1}(x)=x-\frac{[x]}{2}$ ← با شرط نقطه برخورد!

$\Rightarrow f(x)=f^{-1}(x)$ ، $x\in D_{f^{-1}}$ ، $x\in R_f$

$x+[x]=x-\frac{[x]}{2}$

$\frac{3}{2}[x]=0$

$[x]=0$ جواب: $0\le x<1 \,,\, y=x$

ب) $fof^{-1}(x)=2x-\frac{3}{2}$ ، $fof^{-1}(x)=x$ ، $x\in D_{f^{-1}}$ ، $x\in R_f$ $\to 2x-\frac{3}{2}=x$

$x=\frac{3}{2}$

$x=\frac{3}{2}$ ؛ $0\le x<1 \to y=x \to 0\le y<1$ ، $1\le x<2 \to y=x+1 \to 2\le y<3$ ، $x\notin R_f$ غ ق ق

لجواب ندارد!

۲

$y=\frac{ax+3}{4x+b}$

عمودی: $4x+b=0 \to x=-\frac{b}{4}$

افقی: $\frac{a}{4}=y$

$\xrightarrow{x=y} -\frac{b}{4}=\frac{a}{4} \to a=-b$

$a+b=0 \to f(x)=f^{-1}(x)$

$\to fof(x)=fof^{-1}(x)=x \to fof(5-\sqrt{6})=5-\sqrt{6}$

۳

$f(x)=\frac{mx+3}{x+(m+3)}$

$f^{-1}(x)=\frac{-(m+3)x+3}{x-m}$

$\frac{mx+3}{x+(m+3)}=\frac{-(m+3)x+3}{x-m} \to mx^2-m^2x+3x-3m=-(m+3)x^2-(m+3)^2x+3x+3(m+3)$

$\to (2m+3)x^2+(-m^2+m^2+6m+9)x+(-3m-3m-9)$

$=(2m+3)x^2+(6m+9)x-(6m+9)$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{S}{P}=\frac{-b/a}{c/a} \to -\frac{b}{c}=\frac{-(6m+9)}{-(6m+9)}=1 \quad (m\neq -\frac{9}{6})$

۴

$f(x)=\sqrt{(2x+5)^2}-\sqrt{(5x-2)^2}=|2x+5|-|5x-2|$

$\to x\ge\frac{2}{5} \to 2x+5-5x+2=-3x+7$ نزولی

$-\frac{5}{2}\le x<\frac{2}{5} \to 2x+5+5x-2=7x+3$ صعودی

$x<-\frac{5}{2} \to -2x-5+5x-2=3x-7$ صعودی

$x\ge\frac{2}{5} \to -3x\le-\frac{6}{5} \to -3x+7\le\frac{29}{5}$

$y=-3x+7 \to 7-y=3x \to x=\frac{7-y}{3} \to y=\frac{7-x}{3}$

$\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{7-x}{3} \quad x\le\frac{29}{5}$

$D_f=R_{f^{-1}}=[\frac{2}{5},+\infty)$

$R_f=D_{f^{-1}}=(-\infty,\frac{29}{5}]$

۵

$g(x)=2f(3x)-1=t \Rightarrow g(x)=t \Rightarrow x=g^{-1}(t)$

$2f(3x)=t+1 \Rightarrow f(3x)=\frac{t+1}{2} \Rightarrow 3x=f^{-1}(\frac{t+1}{2})$

$\Rightarrow g^{-1}(t)=\frac{f^{-1}(\frac{t+1}{2})}{3} \Rightarrow g^{-1}(x)=\frac{1}{3}f^{-1}(\frac{x+1}{2})+0$ ($a=\frac{1}{3}$, $b=1$, $c=2$, $d=0$)

$\Rightarrow \frac{ac+d}{2b}=\frac{\frac{1}{3}\times2+0}{2\times1}=\frac{1}{3}$

۶

$f(x)=x+2\sqrt{x}=(\sqrt{x}+1)^2-1 \to (\sqrt{x}+1)^2=y+1 \Rightarrow \sqrt{x}+1=\pm\sqrt{y+1} \to \sqrt{x}=\pm\sqrt{y+1}-1$

$x\geq 0$ — اگر منفی $y+1=0 \leftarrow \sqrt{x}=-2$ غ ق ق

min $\sqrt{x}=0 \Rightarrow 1-1=0 \to y\geq 0$

$\to x=(\sqrt{y+1}-1)^2 \to y=(\sqrt{x+1}-1)^2 \to f^{-1}(x)=(\sqrt{x+1}-1)^2$

$D_f=R_{f^{-1}}=[0,+\infty)$

$R_f=D_{f^{-1}}=[0,+\infty)$

۷

$y=x-1+2^x \to$ صعودی اکید $\to$ وارون خود را فقط روی نیمساز ناحیه اول و سوم قطع می‌کند $\to x=x-1+2^x$

$1=2^x$

$x=0,\ y=0 \to$ نقطه تقاطع

۸

$f(x)=x^3+4x \to$ صعودی اکید

$y=\sqrt{f^{-1}(x)-x} \xrightarrow{\text{زیر رادیکال} \geq 0} f^{-1}(x)\geq x \xrightarrow{\text{صعودی اکید}} x\geq f(x) \to x\geq x^3+4x \to x^3+3x\leq 0$

$x(x^2+3)\leq 0$ (همواره +) $\Rightarrow x\leq 0$

نقطه‌ی عدد صحیح نامنفی $\leftarrow 0$

۹

$f(x)=-x+\sqrt{x+4}$, $x\geq -4$ $\xrightarrow[\text{(جای x و y عوض)}]{\text{قرینه نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم}} x=-y+\sqrt{y+4}$, $y\geq -4$ $\xrightarrow[x+4]{\text{۴ واحد به چپ}} x=-4-y+\sqrt{y+4}$, $y\geq -4$

$x=-(y+4)+\sqrt{y+4}$
$y=x-2 \to x=y+2$
$\Big\} \to y+2=-(y+4)+\sqrt{y+4} \to t-1=-t+\sqrt{t} \to 2t-1=\sqrt{t}$

$\to t=4t^2-4t+1 \to 4t^2-5t+1=0 \to t=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{8}$ ($\sqrt{25-16}=3$)

$\to y+4=1 \to y=-3$, $x=0$ ق ق $\to$ نقطه برخورد

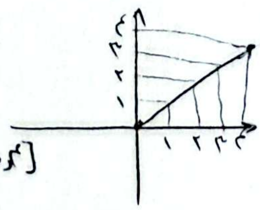
$\to y+4=\frac{1}{4} \to y=-\frac{17}{4}$, $y\geq -4 \Rightarrow$ غ ق ق

۱۰

$\sqrt{x}+\sqrt{y}=2 \xrightarrow[\text{عوض}]{\text{جای x و y}} \sqrt{y}+\sqrt{x}=2 \to f(x)=f^{-1}(x)$

$f\circ f(x)=f\circ f^{-1}(x)=x \Rightarrow$

$x\geq 0$



$D_f=R_f \Rightarrow x=0$ (min) $\to y=4$ (max) $\Rightarrow D_f=R_f=[0,4]$