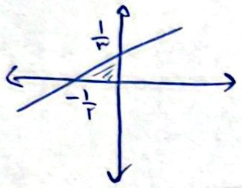
تکالیف عطار ۱۷٫۵ فاطمه سبحانی

۲

۱) $۲y = ۳x - ۱ \rightarrow$

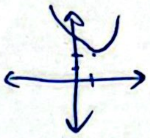
$۲x = ۳y - ۱ \rightarrow ۳y = ۲x + ۱ \rightarrow \overset{f^{-1}}{y = \frac{۲}{۳}x + \frac{۱}{۳}} \rightarrow \frac{۲}{۳}x + \frac{۱}{۳} = ۰ \rightarrow \frac{۲}{۳}x = -\frac{۱}{۳} \rightarrow x = -\frac{۱}{۲}$

$\rightarrow$ 

$\rightarrow S = \frac{\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۲}}{۲} = \boxed{\frac{۱}{۱۲}}$ ✓

۲

۲) الف) $y = x^۲ - ۲x + ۳ \;;\; x \in [۱, +\infty) \rightarrow y = \underbrace{x^۲ - ۲x + ۱}_{\text{مربع کامل}} + ۲$



یک به یک ✓

$\rightarrow y = (x-۱)^۲ + ۲ \rightarrow y - ۲ = (x-۱)^۲ \rightarrow \pm\sqrt{y-۲} = x - ۱ \xrightarrow[\text{عوض}]{\text{جای x و y}} y = \pm\sqrt{x-۲} + ۱$

$\rightarrow \boxed{f^{-1} = \sqrt{x-۲} + ۱ \;;\; x \in [۲, +\infty)}$ ✓

قابل قبول با توجه به اینکه دامنه‌ی تابع f = برد f^{-1} و برد $[۱,+\infty)$ است!

ب) $y = x^۲ - ۲x + ۳ \;;\; x \in [۳, +\infty)$

$R_{f^{-1}} = [۳,+\infty) \rightarrow \sqrt{x-۲} + ۱ \geq ۳ \rightarrow \sqrt{x-۲} \geq ۲$ $\quad f^{-1} = y = \sqrt{x-۲} + ۱ \leftarrow$ (با توجه به قسمت الف

$x - ۲ \geq ۴ \rightarrow x \geq ۶$ $\quad \leftarrow R_{f^{-1}} = D_f$ به علاوه چون

$\rightarrow$ ~~R~~ $\boxed{f^{-1} = \sqrt{x-۲} + ۱ \;;\; x \in [۶, +\infty)}$ ✓

۲

۳) $f(x) = ۲x - \sqrt{۱۲ - ۴x(۴ - x)} \rightarrow$

$f(x) = ۲x - \sqrt{\underbrace{۱۲ - ۱۶x + ۴x^۲}_{۴x^۲ - ۱۶x + ۱۲ = (۲x-۴)^۲}} \rightarrow ۲x - \sqrt{(۲x-۴)^۲} = ۲x - |۲x - ۴|$

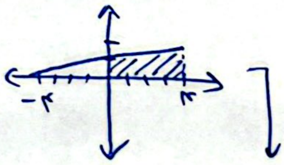
$\rightarrow y = ۲x - |۲x - ۴| \rightarrow x \geq ۲ : ۲x - ۲x + ۴ = ۴ \rightarrow$ ×× وارون پذیر

$\quad \hookrightarrow \underline{x < ۲} : ۲x + ۲x - ۴ = ۴x - ۴$ ✓ $\quad$ ** دامنه f = برد f^{-1} **

$\rightarrow y = ۴x - ۴ \rightarrow y + ۴ = ۴x \rightarrow \underline{\frac{۱}{۴}x + ۱ = y}\; f^{-1}$ $\rightarrow$

جای x,y عوض

** $\hookrightarrow \frac{۱}{۴}x + ۱ < ۲ \rightarrow \frac{۱}{۴}x < ۱ \rightarrow \underline{x < ۴}$



$\frac{(۱+۲)۴}{۲} = \boxed{۶}$ ✓ ← S با محور مثبت x

۱٫۷۵

۴) $y = \frac{x}{\sqrt{x^۲ - ۵}} \rightarrow \underset{x_۱ = x_۲}{y_۱ = y_۲} \rightarrow \frac{x_۱}{\sqrt{x_۱^۲ - ۵}} = \frac{x_۲}{\sqrt{x_۲^۲ - ۵}} \xrightarrow{\text{با توجه به دامنه}} \frac{x_۱^۲}{x_۱^۲ - ۵} = \frac{x_۲^۲}{x_۲^۲ - ۵} \rightarrow$

x و y هم علامتند!

[illegible]

$\rightarrow x_۱^۲\cancel{x_۲^۲} - ۵x_۱^۲ = x_۲^۲\cancel{x_۱^۲} - ۵x_۲^۲ \rightarrow x_۱^۲ = x_۲^۲ \rightarrow x_۱ = \pm x_۲ \rightarrow x_۱ = x_۲$ ✓

با توجه به x و y هم علامت بودن ←

یک به یک ✓ ✓

$\rightarrow y = \frac{x}{\sqrt{x^۲ - ۵}} \rightarrow y^۲ = \frac{x^۲}{x^۲ - ۵} \rightarrow x^۲ = \frac{۵y^۲}{y^۲ - ۱} \rightarrow x = \oplus\sqrt{\frac{۵y^۲}{y^۲ - ۱}}$

هم علامت بودن x و y

عوض x و y $\rightarrow$

f^{-1} $\rightarrow y = \pm \frac{|x|\sqrt{۵}}{\sqrt{x^۲ - ۱}}$ دقت!

حذف

$۵)\ g(x)=\begin{cases} x^۲-۴x+k & ; x\geq ۲ \\ -x^۲+۶x+۳k & ; x<۲\end{cases} \rightarrow -\frac{b}{۲a}=\frac{۴}{۲}=۲$

$\hookrightarrow -\frac{b}{۲a}=\frac{-۶}{-۲}=۳$

۱,۷۵

$۱)\xrightarrow{x=۲} ۴-۸+k=k-۴$ min

$۲)\xrightarrow{x=۳} -۴+۱۲+۳k=۸+۳k$ max

$\rightarrow ۸+۳k < k-۴ \rightarrow ۲k\leq -۱۲ \rightarrow \boxed{k<-۶}$

مساوی هم میتونه باشه

$۶)\ ۳x+|x|=y \rightarrow \begin{cases} ۴x & ; x\geq ۰ \rightarrow y=۴x \rightarrow x=\frac{y}{۴} \quad x\geq ۰ \\ ۲x & ; x\leq ۰ \rightarrow y=۲x \rightarrow x=\frac{y}{۲} \quad x\leq ۰ \end{cases}$

۲

$\rightarrow f^{-1}=\begin{cases}\frac{x}{۴} & x\geq ۰ \\ \frac{x}{۲} & x\leq ۰\end{cases} \rightarrow ax+b|x| \rightarrow \begin{cases} x(a+b) & ; x\geq ۰ \\ x(a-b) & ; x\leq ۰\end{cases} \rightarrow \begin{cases}a+b=\frac{۱}{۴} \\ a-b=\frac{۱}{۲}\end{cases} \rightarrow a=\frac{۳}{۸} \quad b=\frac{-۱}{۸}$

$\rightarrow ab=\frac{۳}{۸}\times\frac{-۱}{۸}=\boxed{-\frac{۳}{۶۴}}$ ✓

$۷)$ از تابع $(۲,-۱۰)$ معکوس $\rightarrow \frac{۳(۲)+۴}{۲+m}=-۱۰ \rightarrow \frac{۱۰}{۲+m}=-۱۰ \rightarrow m=-۳$

۳

$\rightarrow f\circ f^{-1}(x)=x \rightarrow x+\frac{۳x+۴}{x-۳}=\frac{x^۲-\cancel{۳x}+\cancel{۳x}+۴}{x-۳}=x \rightarrow \frac{x^۲+۴}{x-۳}=x \rightarrow$

$f^{-1}(x)=\frac{۳x+۴}{x-۳}$ طبق روش $\frac{ax+b}{cx+d}$

[illegible]

$\cancel{x^۲}-۳x=\cancel{x^۲}+۴$

$-۳x=۴ \rightarrow \boxed{x=-\frac{۴}{۳}}$ ✓

$۸)\ f(۳-۲x)=۲-g(\frac{x}{۲}) \rightarrow ۴g^{-1}(۴)+f^{-1}(-۲)=? \rightarrow -۲=۲-(۴) \rightarrow$

۳

$\begin{cases} f(۳-۲x)=-۲ \\ g(\frac{x}{۲})=۴ \end{cases}$ در معادله صدق کند $\rightarrow ۴(\frac{x}{۲})+۳-۲x$ ~~[illegible]~~

$=\cancel{۲x}+۳-\cancel{۲x}=\boxed{۳}$ ✓

$۹)\ y=\frac{۵x-۳}{۱-x} \xrightarrow[\text{نیمساز}]{\text{قرینه}} -x=\frac{-۵y-۱۳}{۱+y} \rightarrow x=\frac{۵y+۱۳}{۱+y} \rightarrow y=\frac{-x+۱۳}{۱-۵x} \xrightarrow{(x-۲)} y=\frac{-(x-۲)+۱۳}{۱-۵(x-۲)}$

فقط x و y قرینه میشونه! این کاری که کردی مال نیمساز دوم و چهارمه

۰

$\rightarrow y=\frac{-x+۱۵}{-۵x-۹} \xrightarrow{y-۳} y=\frac{x-۱۵}{۵x+۹}-۳=\frac{x-۱۵-۱۵x-۲۷}{۵x+۹}=\frac{-۱۴x-۴۲}{۵x+۹}=y$

$f^{-1}=\frac{-۹x-۴۲}{۵x+۱۴} \rightarrow \frac{-۹x+۴۲}{۵x+۱۴}=\frac{-۱۴x-۴۲}{۵x+۹} \rightarrow -۷۰x^۲-۲۰۶x+۵۸۸=-۴۵x^۲+۱۲۹x+۳۷۸$

$\frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow f^{-1}=f$

$\rightarrow -۲۵x-۳۳۵x+۲۱۰=۰ \rightarrow$

جمع $=\frac{-b}{a}=\boxed{\frac{۳۳۵}{-۲۵}}$

$۱۰)\ y=x+۴[x] \rightarrow x=y+۴[y]$

$\rightarrow [y]=[x+۴[x]] \rightarrow [y]=[x]+۴[x]=۵[x] \rightarrow [x]=\frac{[y]}{۵} \rightarrow [y]=\frac{[x]}{۵}$

۳

$\rightarrow [y]=\frac{[x]}{۵} \rightarrow x-۴[y]=y \rightarrow x-\frac{۴[x]}{۵}=y \rightarrow g(x)=x-\frac{۴[x]}{۵} \qquad f(x)=x+۴[x]$

$x=y+۴[y]$

$(f-g)(x)=x+۴[x]-x+\frac{۴[x]}{۵}=\boxed{\frac{۲۴}{۵}[x]}$ ✓