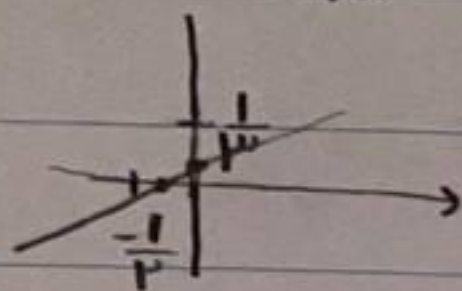


کمینه‌ی تابع

$$2y = 3x - 1 \rightarrow 2x = 3y - 1 \rightarrow y = \frac{2x}{3} + \frac{1}{3}$$

(1)



$$\frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{1} = \left(\frac{1}{12}\right)$$

الف) $y = x^2 - 2x + 3$ و $x \in [1, +\infty)$ (2)

از آنجایی که تابع در رینک طرف min تابعی باشد و یک باشد ✓

$$y = (x-1)^2 + 2 \rightarrow \sqrt{y-2} + 1 = x \rightarrow y = \sqrt{x-2} + 1$$

$$\frac{y-2}{1} = (x-1)^2$$

بای x و y را عوض می‌کنیم

$$\star (x \geq 2) \star$$

ب) $y = x^2 - 2x + 3$ و $x \in [3, +\infty)$

باز هم تابع در رینک طرف است و هم می‌باشد و یک باشد ✓ می‌توانیم معلوم

$$y = \sqrt{x-2} + 1 \leftarrow \text{را مشخص کنیم}$$

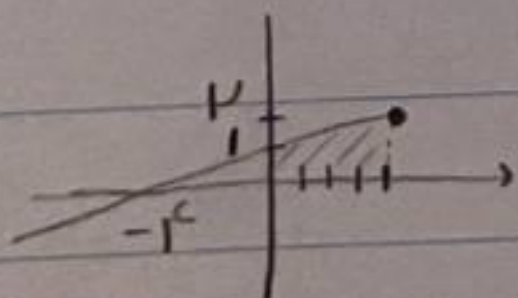
$$f(x) = 2x - \sqrt{14 - 4x(4-x)} = 2x - |2x-4|$$

(3)

$x \in (-\infty, 2] \rightarrow$ آنقدر مطلق را (+) بزرگ کنیم تا به ثابت می‌شود و وارون پذیر نیست پس (-) بزرگ داریم

$$\rightarrow 2x + 2x - 4 = 4x - 4 \rightarrow x = 4y - 4 \rightarrow y = \frac{1}{4}x + 1$$

معلوم
بای x و y عوض



$$\frac{(1+2) \times 4^2}{4} = (4)$$

④

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}}$$

$$D_f = (-\infty, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, +\infty)$$

$$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 5}} \xrightarrow{\text{توان}} \frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5}$$

$$\rightarrow \cancel{x_1^2} \cancel{x_2^2} - 5x_1^2 = \cancel{x_1^2} \cancel{x_2^2} - 5x_2^2 \rightarrow |x_1| = |x_2|$$

چون در ازای x های + تابع + می شود و در ازای x های - تابع - می شود و $f(x_2) = f(x_1)$ هر (x_1, x_2) هم علامتی باشند $\leftarrow x_1 = x_2$ $\leftarrow$ تابع یک به یک باشد /

$$\xrightarrow{\text{توان}} y^2 = \frac{x^2}{x^2 - 5} \rightarrow x^2 = \frac{5y^2}{y^2 - 1} \rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{5x^2}{x^2 - 1}}$$

بای
x و y عوض می شود

$$\begin{matrix} x > 1 \\ x < -1 \end{matrix} = D$$

⑤

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 4 & x \geq 2 \xrightarrow{\text{بر در این بازه}} \left[\frac{4 - 4 + 4}{4 - 4}, +\infty \right) \\ -x^2 + 4x + 3 & x < 2 \xrightarrow{\text{''}} \left(-\infty, -\frac{4 + 12 + 3}{3 + 4} \right) \end{cases}$$

چون قسمت اول
به سمت $+\infty$
(و به سمت $-\infty$)
می خواهیم
در ازای y مقدار
آن هر

$$\begin{aligned} &\rightarrow 4 + 3K \leq 4 - 4 \\ &\hookrightarrow 3K \leq -12 \rightarrow K \leq -4 \end{aligned}$$

$$f(x) = 3x + |x| \begin{cases} \xrightarrow{x \geq 0} f(x) \rightarrow y = \frac{1}{4}x \rightarrow R = [0, +\infty) \\ \xrightarrow{x < 0} 2x \rightarrow y = \frac{1}{2}x \rightarrow R = (-\infty, 0) \end{cases} \begin{matrix} \text{وارون} \\ \text{در این بازه} \end{matrix} \quad \textcircled{4}$$

$= D_{f^{-1}}$

$$f^{-1}(x) = ax + b|x| \begin{cases} \xrightarrow{x \geq 0} (a+b)x \\ \xrightarrow{x < 0} (a-b)x \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} a+b = \frac{1}{4} \\ a-b = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$a \times b = -\frac{3}{44}$$

$$15a = \frac{3}{4} \rightarrow a = \frac{1}{20}$$

$$b = -\frac{1}{40}$$

$$f(x) = \frac{3x+4}{x+m} \xrightarrow{(29-10)} \frac{4+10}{2+m} = -1 \quad -2-m=1 \quad m=-3 \quad \textcircled{5}$$

$$f(x) = \frac{3x+4}{x-3} \rightarrow f^{-1} = -\frac{3x+4}{x-3} = \frac{3x+4}{x-3}$$

جمع این 2

یسی شد تابع و معادله
برابرند

$$f \circ f^{-1}(x) + f^{-1}(x) = x$$

$$\rightarrow \frac{3x+4}{x-3} = 0 \rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

$$f(3-2x) = 2 - g\left(\frac{x}{2}\right) \quad f g^{-1}(f) + f^{-1}(-2) \quad \textcircled{6}$$

$$g^{-1}(f) = t \rightarrow g(t) = f \rightarrow \frac{x}{2} = t \rightarrow x = 2t$$

$$f(3-2(2t)) = 2 - g\left(\frac{2t}{2}\right) \rightarrow f(3-4t) = -2 \rightarrow f^{-1}(-2) = 3-4t$$

$$2t + 3 - 4t = 3$$

$$y = \frac{\omega x - 13}{1-x} \xrightarrow{\text{قرینه}} \frac{\omega(-x) - 13}{1+x} = \frac{\omega x + 13}{-x+1}$$

نسبت به برآیند

۲ واحد راست و ۳ واحد چپ

$$\frac{\omega(x-2)+13}{1+x-2} - 13 = \frac{1x+4}{x-1} = f(x)$$

$$\rightarrow x = -\frac{-y-4}{y-1} \Rightarrow y = \frac{x+4}{x-1} = f^{-1}(x)$$

تاییدی

$$\rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \quad \frac{1x+4}{x-1} = \frac{x+4}{x-1} \rightarrow 1x^2 + 1x - 12 = x^2 + 4x - 4$$

$$\rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \quad \Delta = \frac{9}{1} = 9$$

$$y = x + f[x] \xrightarrow{\text{تاییدی}} x = y + f[y] \rightarrow y = x - f[y]$$

برای

$$[y] = [x + f[x]] = \omega[x]$$

$$g(x) = x - f_0[x]$$

$$\rightarrow (f-g)(x) = x + f[x] - x + f_0[x] = f[x]$$