نام و نام خانوادگی ......صبا امینی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱.. کلاس ......دهم ریاضی A......

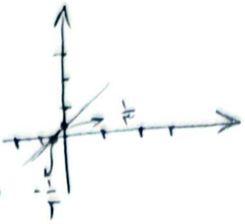
۱

$2y = 3x - 1 \xrightarrow{\text{وارون کردن}} 2x = 3y - 1 \rightarrow \frac{2x+1}{3} = y$

$\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = y$

$x = 0 \rightarrow y = \frac{1}{3}$

$x = -\frac{1}{2} \rightarrow y = 0$



$$S_{\Delta} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{24}$$

۲

الف) $y = x^2 - 2x + 3$

$ext \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{2a} \rightarrow \frac{2}{2} = 1 \\ y_s = 1 - 2 + 3 = 2 \end{array} \right.$ → نزولی است؛ چون نقطه ext از دامنه ما محسوب می‌شود

شرط سوال ← $x \in [1, +\infty)$

مربع کامل کردن → $y = (x-1)^2 + 2$

جابجا کردن y و x → $x = (y-1)^2 + 2 \rightarrow y = \sqrt{x-2} + 1$ → ضابطه تابع معکوس ← به دلیل محدود کردن دامنه که [۱ است] بر دامنه داریم... → $D \Rightarrow [2, +\infty)$ دامنه ضابطه معکوس

ب) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [3, +\infty)$

$ext \left| \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \right.$ → ext عضو دامنه نیست و تابع اکیداً است.

$y = x^2 - 2x + 3 \xrightarrow{x=3} y = 9 - 6 + 3 = 6$

مربع کامل کردن $(y = (x-1)^2 + 2$ جابجا کردن جای x و y $y = \sqrt{x-2} + 1$ ← ضابطه تابع معکوس

$D \Rightarrow [6, +\infty)$ دامنه تابع معکوس

۳

$f(x) = 2x - \sqrt{16 - 4x(4-x)}$

$16 - 4x(4-x) \geq 0$

$16 - 16x + 4x^2 \geq 0$

$(2x-4)^2 \geq 0$ → همواره برقرار

$2x - \sqrt{(2x-4)^2} = 2x - |2x-4|$

(بازه‌ها: 2)

2	
$2x + 2x - 4$	$2x - 2x + 4$
$4x - 4$	4

اگر ۲ بیشتر باشد ثابت است که اینجا نیست

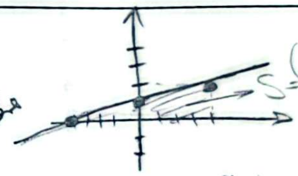
در بازه $(-\infty, 2]$ وارون‌پذیر است!

$x \leq 2 \rightarrow y = 4x - 4 \xrightarrow{\text{وارون}} x = 4y - 4$

$\frac{x+4}{4} = y \rightarrow y = \frac{1}{4}x + 1$ ← ضابطه وارون

$x = 4 \Rightarrow y = 2 \quad x = 0 \rightarrow y = 1$

$x = -4 \rightarrow y = 0$



$S = \frac{(1+2)}{2} \times 4$

۴

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-5}}$

x و y هم علامت

$(x_1, y_1) \rightarrow y_1 \rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 5}}$

A $(x_2, y_2) \rightarrow y_2 = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}}$

$\xrightarrow{y_1 = y_2} \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-5} = \frac{x_2^2}{x_2^2-5}$

$x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 5x_2^2 \rightarrow x_1^2 = x_2^2 \rightarrow x_1 = \pm x_2 \xrightarrow{A} x = \frac{+\sqrt{5}\,y}{\sqrt{y^2-1}}$

$\xrightarrow{\text{تغییر } x/y} y = \frac{\sqrt{5}\,x}{\sqrt{x^2-1}}$

۵

$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + k & x \geq 2 \\ -x^2 + 6x + 3k & x < 2 \end{cases}$

$\frac{+4}{2} = 2$ عضو دامنه است

$\min \xrightarrow{x=2} 4 - 8 + k = k - 4$

$\max \xrightarrow{x=2} -4 + 12 + 3k = 3k + 8$

$3k + 8 \leq k - 4$

$k \leq -6$

$\frac{-6}{-2} = 3$ عضو دامنه نیست

$f(x)=3x+\lvert x\rvert$ $x<0:\ 2x \xrightarrow{f^{-1}} \frac{1}{2}x$; $x\ge 0:\ 4x \xrightarrow{f^{-1}} \frac{1}{4}x$ $g(x)$: $x<0:\ (a-b)x$; $x\ge 0:\ (a+b)x$ $(a-b)x=\frac{1}{2}x \to a-b=\frac{1}{2}$ $(a+b)x=\frac{1}{4}x \to a+b=\frac{1}{4}$ $2a=\frac{3}{4} \to a=\frac{3}{8}$ $a+b=\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$ → $b=-\frac{1}{8}$ $ab=\frac{-1}{8}\times\frac{3}{8}=\frac{-3}{64}$	۶
$f(x)=\frac{3x+4}{x+m} \to x=2 \to y=-10$ $\frac{6+4}{2+m}=-10 \to -2-m=1$ $-m=3$ $\boxed{m=-3}$ $f(x)=\frac{3x+4}{x-3}$ → $a+d=0$, $3-3=0$ → $f(x)=f^{-1}(x)$ $y=\underbrace{f\circ f^{-1}(x)}_{x}\ \underbrace{f^{-1}(x)}_{f(x)} \to x+f(x) \to x+\frac{3x+4}{x-3}$ $\cancel{x}+\frac{3x+4}{x-3}=\cancel{x} \to \frac{3x+4}{x-3}=0 \to x=\frac{-4}{3}$	۷
$f(3-2x)=2-g(\frac{x}{2})$ $\quad$ $f(3-2x)=t \to f^{-1}(t)=3-2x$ $2-g(\frac{x}{2})=t \to g(\frac{x}{2})=2-t \to g^{-1}(2-t)=\frac{x}{2} \to 2x=4g^{-1}(2-t)$ $f^{-1}(t)=3-2x \to f^{-1}(t)=3-4g^{-1}(2-t) \xrightarrow{t=-2} f^{-1}(-2)=3-4g^{-1}(2+2)$ $4g^{-1}(4)+f^{-1}(-2)=4g^{-1}(4)+3-4g^{-1}(4)=3$	۸
$y=\frac{5x-13}{1-x} \to -y=\frac{-5x-13}{1+x} \to y=\frac{5x+13}{x+1}$ قرینه نسبت به مبدا: $x\to -x$, $y\to -y$ $\xrightarrow{\text{۲ واحد راست}} y=\frac{5(x-2)+13}{x-2+1} \xrightarrow{\text{۳ واحد پایین}} y=\frac{5(x-2)+13}{x-1}-3 \to y=\frac{2x+6}{x-1} \to f(x)$ $f(x)=\frac{2x+6}{x-1}$, $f^{-1}(x)=\frac{x+6}{x-2}$ $\to \frac{2(x+3)}{x-1}=\frac{x+6}{x-2} \to 2(x^2+x-6)=x^2+5x-6$ $x\neq 1$, $x\neq 2$ $x^2-3x-6=0 \to S=\frac{-b}{a}=\frac{-(-3)}{1}=3$ $\to x\neq 2, 1$	۹
$f^{-1}(x)=g(x) \Rightarrow x=y+4[y]$ $\quad$ قرینه نسبت به نیمساز ربع اول و ۳ ← وارون تابع از طرفین براکت می‌گیریم $\to [x]=[y+\underbrace{4[y]}_{\text{عدد صحیح}}] \to [x]=[y]+4[y]=5[y]$ (A) $f(x)=y$ $y=x+4[x] \xrightarrow{A} y=x+4(5[y])=x+20[y]$ $\xrightarrow{\text{جای x و y را عوض می‌کنیم}} x=y+20[x] \to x-20[x]=y$ $(f-g)(x) \Rightarrow x+4[x]-x+20[x] \Rightarrow 24[x]$	۱۰