نگین کیوشی دوازدهم تجربی A تکلیف ۱۰

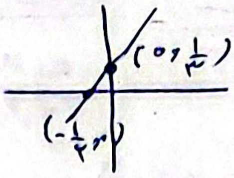
---

۱-

$2y = 3x - 1$

$2y + 1 = 3x$

$\frac{2y}{3} + \frac{1}{3} = x \longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x}{3} + \frac{1}{3}$



$(0, \frac{1}{3})$ $(-\frac{1}{2}, 0)$

$0 = \frac{2x}{3} + \frac{1}{3}$

$-\frac{1}{3} = \frac{2x}{3}$

$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{12}$

---

۲- باید دقت کنیم که یک سهمی درصورتی تابع است که رأس سهمی یا در بازه بسته یا بازه مورد تقارن باید آن باشد.

الف) $x^2 - 2x + 3 \longrightarrow x_S = \frac{-b}{2a} = -\frac{(-2)}{2} = 1$

$y_S = (1)^2 - 2(1) + 3 = 2$

$x \in [1, +\infty)$

$y = (x-1)^2 + 2$ پس یک به یک است

$y - 2 = (x-1)^2 \longrightarrow \sqrt{y-2} = x - 1$

$\sqrt{y-2} + 1 = x \longrightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1$ $x \in [1, +\infty)$

$D_{f^{-1}(x)} = R_f \in [2, +\infty)$

$\Rightarrow$

ب) $y = x^2 - 2x + 3$ $\longrightarrow$ طبق توضیح قبلی یک به یک است.

y کمترین حالت $= (3)^2 - 2(3) + 3 = 6$

$y = (x-1)^2 + 2$

$\hookrightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1 \rightarrow D_{f^{-1}(x)} = R_f = [6, +\infty)$

---

۳-

$f(x) = 2x - \sqrt{(2x-4)^2}$

$\sqrt{(2x-4)^2} \Rightarrow |2x-4| = 2x-4$ یا $4-2x$

$\xrightarrow[x \geq 2]{2x-4 \geq 0} 2x - (2x-4) = 2x - 2x + 4 = 4$ یک به یک نیست $\rightarrow$ وارون نمی‌شود

$\xrightarrow[x \leq 2]{2x-4 \leq 0} 2x - (4-2x) = 2x - 4 + 2x = 4x - 4 \rightarrow$ وارون پذیر است

$x \leq 2$

$4x \leq 8$

$4x - 4 \leq 4$

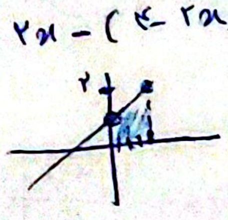
$g = 4x - 4$

$y + 4 = 4x$

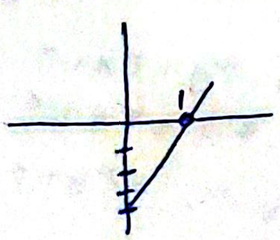
$\frac{y}{4} + 1 = x \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{4} + 1$

$D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, 4]$

$R_{f^{-1}} = D_f = (-\infty, 2]$



$f^{-1}(x)$



$f(x)$

$S = \frac{(1+2) \times 4^2}{4} = 3 \times 2 = 6$

$f(x_۱)=f(x_۲)$ -۴

$\frac{x_۱}{\sqrt{x_۱^۲-۵}}=\frac{x_۲}{\sqrt{x_۲^۲-۵}}$ به توان دو می‌رسانیم

$\frac{x_۱^۲}{x_۱^۲-۵}=\frac{x_۲^۲}{x_۲^۲-۵}\to \cancel{x_۱^۲x_۲^۲}-۵x_۱^۲=\cancel{x_۱^۲x_۲^۲}-۵x_۲^۲$

$x_۱^۲=x_۲^۲\to x_۱=\pm x_۲$

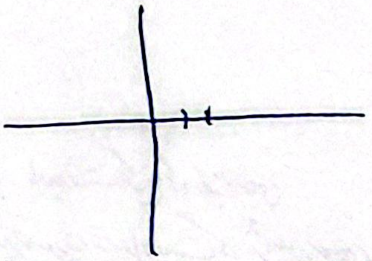
نمی‌توانند مخالف علامت باشند $x_۱=x_۲$ یک به یک

$y=\frac{x}{\sqrt{x^۲-۵}}\Rightarrow x=\frac{y}{\sqrt{y^۲-۵}}$

$x^۲=\frac{y^۲}{y^۲-۵}\to x^۲y^۲-۵x^۲=y^۲$

$x^۲y^۲-y^۲=۵x^۲\to y=\pm\sqrt{\frac{۵x^۲}{x^۲-۱}}\xrightarrow[\text{هم‌علامت}]{} y=+\sqrt{\frac{۵x^۲}{x^۲-۱}}=\frac{\sqrt{۵}x}{\sqrt{x^۲-۱}}$

-۵



$g(x)\begin{cases} x^۲-۴x+k & x\geq ۲ \\ -x^۲+۶x+۳k & x<۲ \end{cases}$

$x\geq ۲\to x_S=۲\to ۲^۲-۴(۲)+k=-۴+\cancel{۳}k$

$x<۲\to -(۴)+۶(۲)+۳k=۸+۳k$

$\to x_S=\frac{-(+۶)}{-۲}=۳$

$\cancel{۳}k-۴\geq ۸+۳k$

$\cancel{۴}k-۱۲\geq ۲k$

$-۶\geq k$

$k\in(-\infty,-۶]$

$f(x)=۳x+|x|\Rightarrow$ -۶

$x\geq ۰$: $y=۴x\to \frac{۱}{۴}x=y$

$x<۰$: $y=۲x\to \frac{۱}{۲}x=y$

$\to g(x)=ax+b|x|$

میانگین — فاصله از میانگین

$\frac{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}}{۲}=\frac{۳}{۸}$

$\frac{۳}{۸}-\frac{۴}{۸}=\frac{-۱}{۸}$

$g(x)=\frac{۳}{۸}x+\frac{۱}{۸}|x|$

$ab=\frac{۳}{۸}\times\frac{-۱}{۸}=\frac{-۳}{۶۴}$

$f(x)=\frac{۳x+۴}{x+m}\xrightarrow{(۲,-۱۰)}-۱۰=\frac{\overset{۱۰}{\cancel{۳(۲)+۴}}}{۲+m}\to ۲+m=-۱$ $\boxed{m=-۳}$ -۷

$y=\frac{۳x+۴}{x-۳}\to yx-۳y=۳x+۴$

$yx-۳x=۳y+۴$

$x(y-۳)=۳y+۴\to \cancel{g}=f^{-۱}(x)=\frac{۳x+۴}{x-۳}$

$\underbrace{f\circ f^{-۱}(x)}_{x}+f^{-۱}(x)=x$

$\hookrightarrow \frac{۳x+۴}{x-۳}=۰\to ۳x+۴=۰$

$۳x=-۴$

$x=-\frac{۴}{۳}$

۱ -

$f(۳-۲x)=t$

$f^{-1}(t)=۳-۲x$

$۲-g(\frac{x}{۲})=t$

$۲-t=g(\frac{x}{۲}) \to g^{-1}(۲-t)=\frac{x}{۲} \to ۴g^{-1}(۲-t)=۲x$

$f^{-1}(t)=۳-۲x \Rightarrow f^{-1}(t)=۳-۴g^{-1}(۲-t) \xrightarrow{t=-۲} f^{-1}(۲)=۳-۴g^{-1}(۴)$

$۴g^{-1}(۴)+f^{-1}(-۲)=۴g^{-1}(۴)+۳-۴g^{-1}(۴)=۳$

$y = \frac{\quad}{۱+x} \Rightarrow \frac{-۵x-۱۳}{۱+x} \longrightarrow \frac{۵x+۱۳}{۱+x}$

۹ـ قرینه مبدا مختصات ← x و y هر دو قرینه می‌شوند.

$y = \frac{۵(x-۲)+۱۳}{۱+x-۲} = \frac{۵x+۳}{x-۱} - ۳ = \frac{۵x+۳-۳x+۳}{x-۱}$

دو واحد به راست ← به جای x، x-۲ می‌گذاریم

$= \frac{۲x+۶}{x-۱} \xrightarrow[\text{برای وارون کردن هموگرافیک جای a و d را عوض و قرینه}]{} y = \frac{x+۶}{x-۲}$

$\frac{۲x+۶}{x-۱} = \frac{x+۶}{x-۲}$

$\frac{۲x+۶}{x-۱} - \frac{x+۶}{x-۲} = ۰$

$\frac{\boxed{۲x^۲}+۲x-۱۲\boxed{-x^۲}\underline{-۵x}+۶}{x^۲-۳x+۲} = \frac{x^۲-۳x-۶}{x^۲-۳x+۲} = ۰$

$S = \frac{-b}{a} = -\frac{(-۳)}{۲} = ۳$

---

۱۰ـ

$\begin{cases} x \in Z & y = x + ۴x = ۵x \\ x \notin Z & y = x + ۴(x-۱) = ۵x - ۴ \end{cases}$

$\xrightarrow[\substack{y=x \\ \text{همان وارون است}}]{\text{قرینه نسبت به محور}} f^{-1}(x) = \frac{۱}{۵}x$

$y = ۵x - ۴$

$y + ۴ = ۵x \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{۵} + \frac{۴}{۵}$

$(f-g)(x) \begin{cases} x \in Z & ۵x - (\frac{۱}{۵}x) = \frac{۲۴x}{۵} \\ x \notin Z & ۵x - ۴ - (\frac{x}{۵} + \frac{۴}{۵}) = \frac{۲۴x}{۵} - \frac{۲۴}{۵} \end{cases}$

۱۱ $y = x + ۴[x] \xrightarrow[\text{y و x}]{\text{عوض کردن}} x = y + ۴[y]$

$[x] = [y + ۴[y]] \Rightarrow [x] = [y] + ۴[y]$

$[x] = ۵[y]$

$[y] = \frac{[x]}{۵}$

$۴[y] = \frac{۴}{۵}[x]$

$x = y + \frac{۴}{۵}[x] \Rightarrow y = x - \frac{۴}{۵}[x]$

$\left.\begin{array}{l} f(x) = x + ۴[x] \\ g(x) = x - \frac{۴}{۵}[x] \end{array}\right\} \rightarrow f(x) - g(x) = x + ۴[x] - x + \frac{۴}{۵}[x] \rightarrow \frac{۲۴}{۵}[x]$