

۱۷، ۷۵

نام و نام خانوادگی میعاد بقایه یابد پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ... کلاس ... روز چهارم دخیتر A.....

محل برخورد داشتن این تابع با محور x همان محل برخورد تابع با محور y است.
 $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

محل برخورد داشتن با محور x $\rightarrow f(0) = -\frac{1}{3} \rightarrow f^{-1}(-\frac{1}{3}) = 0$
 محل برخورد داشتن با محور y $\rightarrow f(\frac{1}{3}) = 0 \rightarrow f^{-1}(0) = \frac{1}{3}$
 $S = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$ ✓

الف) $y = x^2 - 2x + 3, x \in [1, +\infty)$ / $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow$ تابعی یک به یک $\rightarrow R_f = [2, +\infty)$
 $\Rightarrow y - 2 = (x - 1)^2 \Rightarrow \sqrt{y - 2} = |x - 1| \xrightarrow{x \geq 1} \sqrt{y - 2} = x - 1 \Rightarrow \sqrt{y - 2} + 1 = x \Rightarrow y = \sqrt{x - 2} + 1 = f^{-1}(y)$
 ب) $y = x^2 - 2x + 3, x \in [3, +\infty)$ / $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow$ تابعی یک به یک $\rightarrow R_f = [8, +\infty)$
 $\Rightarrow y = \sqrt{x - 2} + 1 \Rightarrow y - 1 = \sqrt{x - 2} \Rightarrow (y - 1)^2 = x - 2 \Rightarrow x = (y - 1)^2 + 2 = f^{-1}(y)$ ✓

$f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 - 16x + 19} = 2x - |2x - 5|$
 $y = 2x - 5 \Rightarrow x = \frac{1}{2}y + \frac{5}{2}$
 $\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1 = f^{-1}(x) \quad x \in (-\infty, 4]$ ✓
 $S = \frac{1}{2} (1 + 1) \cdot 2 = 2$
 $S = (1 + 2) \cdot 2 = 6$ ✓

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}}$ $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$ (مجاوب قائم)
 $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{5x^2}{x^2 - 1}}$
 $x \rightarrow +\infty \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}} = 1$
 $x \rightarrow -\infty \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}} = -1$
 $y^2 = \frac{x^2}{x^2 - 5} \Rightarrow y^2(x^2 - 5) = x^2 \Rightarrow y^2 x^2 - 5y^2 = x^2 \Rightarrow x^2(y^2 - 1) = 5y^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5y^2}{y^2 - 1}}$
 $\Rightarrow x = \sqrt{\frac{5y^2}{y^2 - 1}}$ ✓
 چون همواره x را می توانیم به هم علامت داشته باشیم.

$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + k & x \geq 2 \\ -x^2 + 4x + 3k & x < 2 \end{cases}$
 در صورتی تابع یک به یک می شود که یا طول دایره صفر باشد
 یا عددی مجهول $x_5 = k \in \mathbb{R}$ (در هر صورت $x_5 = 1$)!
 در صورتی تابع یک به یک می شود که در دایره استریم باشد یا یک از آن دو صفر باشد
 $x_3 = 2$
 $4 - 1 + k = -4 + 2 + 3k \Rightarrow 2k = -12 \Rightarrow k = -6 \Rightarrow k \in (-\infty, 6]$ ✓
 که در این حالت تابع یک به یک است!

$$f(x) = 3x + |x|$$

$$f(x) = \begin{cases} 4x & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$$

✓

$$f^{-1}(y) = \begin{cases} \frac{y}{4} & y \geq 0 \\ \frac{y}{2} & y < 0 \end{cases}$$

اینوازیجا آوردی؟

۵/۵

$$a \times b = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

$$\frac{1}{a}x + bx = \frac{x}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{a}x - bx = \frac{x}{4} \Rightarrow b = -\frac{1}{4}$$

$$a = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$$

$$b = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} \rightarrow ab = \frac{3}{16}$$

۶

$$f(x) = \frac{3x+4}{x+m} \xrightarrow{f(x)=-1} \frac{1}{x+m} = -1 \Rightarrow m = -3 \Rightarrow f(x) = \frac{3x+4}{x-3} \rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y-4}{y-3}$$

$$y = f \circ f^{-1}(x) + f^{-1}(x) = x + \frac{3x+4}{x-3}$$

$$\rightarrow x = \frac{3x+4}{x-3} + x \Rightarrow 0 = \frac{3x+4}{x-3} \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

۷

$$f(3-m) = 2 - g\left(\frac{x}{3}\right) \xrightarrow{x = \frac{3-m}{3}} f\left(3 - 2\left(\frac{3-m}{3}\right)\right) = 2 - g\left(\frac{3-m}{3}\right) \Rightarrow f(x) = 2 - g\left(\frac{3-x}{3}\right)$$

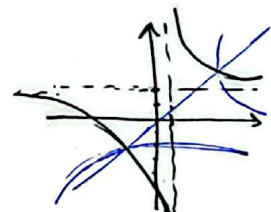
$$f^{-1}(-2) = m \Rightarrow f(m) = -2 \Rightarrow f(m) = 2 - g\left(\frac{3-m}{3}\right) \Rightarrow g\left(\frac{3-m}{3}\right) = 4 \Rightarrow g^{-1}(4) = \frac{3-m}{3}$$

$$\Rightarrow 4g^{-1}(4) + f^{-1}(-2) = 4\left(\frac{3-m}{3}\right) + m = 3 - m + m = 3$$

۸

$$y = \frac{\omega x - 3}{1-x} \xrightarrow{y = -y, x \rightarrow -x} y = \frac{\omega x + 3}{x+1} \xrightarrow{x \rightarrow x-y, y \rightarrow y-x} y = \frac{\omega x + 3}{x-1} - 3 \Rightarrow y = \frac{y-x+4}{x-1} = f(x)$$

$$\Rightarrow \frac{y-x+4}{x-1} = x \Rightarrow x^2 - 3x - y = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4y}}{2} \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$$



برای به شکل شامل های بخش و f و f^{-1} های خط y=x

$$y = x + f[x] \xrightarrow{\text{از سمت راست}} [y] = [x + f[x]] \Rightarrow [y] = \omega[x] \Rightarrow [x] = \frac{[y]}{\omega}$$

$$y - f[x] = x \xrightarrow{[x] = \frac{[y]}{\omega}} y - f\left[\frac{[y]}{\omega}\right] = x \xrightarrow{\text{جای x و y}} x - f\left[\frac{x}{\omega}\right] = y = f^{-1}(x) = g(x)$$

$$(f \circ g)(x) = x + f[x] - x + f\left[\frac{x}{\omega}\right] = \frac{xf[x]}{\omega}$$

۱۰