۱۹/۵

Subject: کطیف ۱ دوازدهم رخنه A - ۱۶۲ پردیس ایرانیوا

Year: Month: Day: page: ( )

۱- ۲

الف) $y^{۳} - ۳x^{۲} = ۳x+۱ \xrightarrow{\text{تعریف ریاضی}} \left.\begin{array}{l} y_۱^{۳} = ۲x + ۳x^{۲} + ۱ \\ y_۲^{۳} = ۲x + ۲x^{۲} + ۱ \end{array}\right\} \rightarrow y_۱^{۳} = y_۲^{۳} \rightarrow y_۱ = y_۲$

۰/۵

تابع است

ب) $x\cos y = y\cos x \xrightarrow{\text{مثال نقض}} x = \frac{\pi}{۲} \quad \frac{\pi}{۲}\cos y = y\,\overset{۰}{\cancel{\cos\frac{\pi}{۲}}} \rightarrow \cos y = ۰ \rightarrow y = \frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲}, \ldots$

۰/۵

تابع نیست

ج) $\frac{x+y}{۲} = \sqrt{xy} \rightarrow x+y = ۲\sqrt{xy} \rightarrow x+y-۲\sqrt{xy} = ۰ \Rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^{۲} = ۰$

۰/۵

$\sqrt{x} - \sqrt{y} = ۰ \rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \rightarrow x = y$ تابع است

د) $xy^{۲} + ۲x - y^{۳} - ۲y = ۰ \rightarrow x(y^{۲}+۲) - y(y^{۲}+۲) = ۰ \rightarrow \underbrace{(y^{۲}+۲)}_{\text{حداقل } ۲}(x-y) = ۰$

۰/۵

$\rightarrow x - y = ۰ \rightarrow x = y$ تابع است

۲- ۲

$|x-۱| \geq ۲ \rightarrow x-۱ \geq ۲ \rightarrow x \geq ۳$

$x-۱ \leq -۲ \rightarrow x \leq -۱$

$x = -۱ \rightarrow ۲(-۱)^{۲} - b = a + ۲(-۱) \Rightarrow ۲ - b = a - ۲ \rightarrow \boxed{a+b = ۴}$

۳- ۲

$y = \sqrt{a - bx - x^{۲}} \rightarrow -x^{۲} - bx + a \geq ۰$

$\begin{array}{ccccc} & b & & a & \\ \hline + & | & - & | & + \end{array}$

ریشه‌ها $a, b \rightarrow a+b = \frac{b}{-۱} \rightarrow b = -a-b \rightarrow -a = ۲b \Rightarrow a = -۲b$

$\xrightarrow{x=b} -b^{۲} - b^{۲} - ۲b = ۰ \rightarrow -۲b^{۲} - ۲b = ۰ \Rightarrow -۲b(b+۱) = ۰$

$۰ \quad -۱$

$b = ۰ \rightarrow a = ۰$ غ ق $\quad b = -۱ \rightarrow a = -۲(-۱) = ۲$ ق $\quad \boxed{a+b = ۲+(-۱) = ۱}$

۴- ۲

$ax^{۲} + bx + c > ۰ \rightarrow$ نباید ریشه جفت داشته باشد $\rightarrow a = ۰$

زیرا اگر داشته باشد ۲ طرف ریشه هم علامت می‌شود

$bx + c > ۰ \rightarrow bx > -c \xrightarrow{b>۰} x > \frac{-c}{b}$ غ ق $\rightarrow$ زیرا $x \in (-\infty, ۲)$

$\xrightarrow{b<۰} x < -\frac{c}{b} \Rightarrow \frac{-c}{b} = ۲ \Rightarrow c = -۲b$

$\frac{۳}{\underset{۰}{a}} + c - ۳|b| = -۲b - ۳(-b) = \boxed{b}$

Arman

الف) $f(x)=\sqrt[۳]{\dfrac{۱}{|x|-[x]}} \to |x|-[x]\neq ۰ \to |x|\neq [x]$ —۵ (۲)

(۱) $\to D_f=R-\{Z^+\cup\{۰\}\}$

(۱) ب) $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{y}=۹ \to x\geq ۰ \quad y\geq ۰ \quad \sqrt{y}=۹-\sqrt{x} \to ۹-\sqrt{x}\geq ۰$

$\sqrt{x}\leq ۹ \to x\leq ۸۱$ $\boxed{D_f=[۰,۸۱]}$

الف) $f(x)=\sqrt{\log_x^{۳x-۱}}$ $\quad ۳x-۱>۰ \Rightarrow ۳x>۱ \Rightarrow x>\frac{۱}{۳}$, $x>۰ \;,\; x\neq ۱$ $\Big\} \to (\frac{۱}{۳},+\infty)-\{۱\}$ I —۶

۱ ۱,۷۵

$\log_x^{۳x-۱}\geq ۰ \to ۳x-۱\geq ۱ \to ۳x\geq ۲ \to x\geq \frac{۲}{۳}$ II $\boxed{D_f=I\cap II=[\frac{۲}{۳},+\infty)-\{۱\}}$

ب) $f(x)=\log^{\frac{۱}{۶+\sqrt{|x|}-|x|}} \to \dfrac{۱}{۶+\sqrt{|x|}-|x|}>۰ \to ۶+\sqrt{|x|}-|x|<۰$ ۰,۲۵

۰,۷۵ ۰,۲۵

$\sqrt{|x|}>|x|-۶ \to |x|>|x|^۲+۳۶-۱۲|x| \to |x|^۲-۱۳|x|+۳۶<۰$

$(\underset{۴}{|x|-۴})(\underset{۹}{|x|-۹})<۰$ $\quad\begin{array}{ccccc} & ۴ & & ۹ & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $\to ۴<|x|<۹$ ✗

$\to \boxed{-۹<x<۹}$

$\sqrt{|x|}=t \to t^۲-t-۶<۰ \to -۲<t<۳ \to -۲<\sqrt{|x|}<۳ \to |x|<۹$ ۰,۲۵

$y=\sqrt{\dfrac{۳x+۲}{x+b}+a} \to \dfrac{۳x+۲}{x+b}+a\geq ۰ \to \dfrac{۳x+۲+ax+ba}{x+b}\geq ۰$ —۷

۱,۷۵

$x=۲ \to ۲+b=۰ \to b=-۲$ چون دامنه $(۲,+\infty)$ است پس ۲ ریشه مخرج است

$\to \dfrac{(a+۳)x+۲+ab}{x+b}$

$a=-۳$ ← صورت نباید ریشه داشته باشد

۸ – $[x]>۴ \rightarrow x\geq ۵ \rightarrow ۳x-۱-x+۱\geq ۰ \rightarrow x\geq ۰ \rightarrow x\geq ۵$

$[x]\leq ۴ \rightarrow x<۵ \rightarrow ۴x+۳-x+۱\geq ۰ \rightarrow ۳x+۴\geq ۰ \rightarrow x\geq -\frac{۴}{۳} \rightarrow -\frac{۴}{۳}\leq x<۵$ ②

$\boxed{D_f=[-\frac{۴}{۳}, +\infty)}$

---

۹ $y=\frac{۲۴x^۳+۳۶x^۲+۱۸x+۳}{(۴x^۲+۴x+۱)^۲}=\frac{۲۴x^۳+۳۶x^۲+۱۸x+۳}{(۲x+۱)^۴}$

$(۴x^۲+۴x+۱)^۲ \downarrow (۲x+۱)^۲$

$\rightarrow ۳(۸x^۳+۱۲x^۲+۶x+۱)$

اتحاد درجه ۳ $۳(۲x+۱)^۳$

$$\begin{array}{l|l} ۲۴x^۳+۳۶x^۲+۱۸x+۳ & ۲x+۱ \\ \hline ۰ & ۱۲x^۲+۱۲x+۳ \end{array}$$

②

$$\begin{array}{l|l} ۱۲x^۲+۱۲x+۳ & ۲x+۱ \\ \hline ۰ & ۶x+۳ \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} ۶x+۳ & ۲x+۱ \\ \hline ۰ & ۳ \end{array}$$

$=\frac{(۲x+۱)^۳\times ۳}{(۲x+۱)^۴} \rightarrow D_f=\boxed{\mathbb{R}-\{-\frac{۱}{۲}\}}$

---

۱۰ $۱-\log^{۲x-a}\geq ۰ \rightarrow \log^{۲x-a}\leq ۱ \rightarrow ۲x-a\leq ۱۰ \rightarrow ۲x\leq ۱۰+a \rightarrow x\leq \frac{a+۱۰}{۲}$

$۲x-a>۰ \rightarrow x>\frac{a}{۲} \rightarrow x\in(\underset{b}{\underset{\downarrow}{\frac{a}{۲}}}, \underset{c}{\underset{\downarrow}{\frac{a+۱۰}{۲}}}]$ $c-b=\frac{a+۱۰}{۲}-\frac{a}{۲}=\frac{۱۰}{۲}=\boxed{۵}$ ②