سارینا عابدینی

۱۰/۷۵

۱- ۱/۷۵

الف) $y^۳ = ۲x^۲+۲x-۱ \longrightarrow y = \sqrt[۳]{۲x^۲+۲x-۱}$ $\begin{cases} y_۱ = \sqrt[۳]{۲x_۱^۲+۲x_۱-۱} \\ y_۲ = \sqrt[۳]{۲x_۲^۲+۲x_۲-۱} \end{cases} \Longrightarrow y_۱ = y_۲$ ۰/۵ تابع است ✓

ب) $x\cos y = y\cos x \xrightarrow{\text{مثال نقض}} x = \frac{۳\pi}{۲} , y = \frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲}, \dots$ ۰/۷ تابع نیست.

ج) $\frac{x+y}{۲} = \sqrt{xy} \xrightarrow{\times ۲} x+y = ۲\sqrt{xy} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^۲+y^۲+۲xy = ۴xy \to x^۲+y^۲-۲xy = ۰$

$(x-y)^۲ = ۰ \longrightarrow x-y = ۰$ $\boxed{x=y}$ ✓ تابع

د) $xy^۲+۲x-y^۳-۲y = ۰$ $xy^۲+۲x = y^۳+۲y$ تابع است. ۰/۲۵

۰/۲۵ $x(y^۲+۲)-y(y^۲+۲) = ۰$

$(y^۲+۲)\underbrace{(x-y)} = ۰$

$x = y \longrightarrow$ تابع است

۲- ④

$f(x) = \begin{cases} ۲x^۲-b & ; |x-۱| \geq ۲ \\ a+۲x & ; -۳ \leq x \leq -۱ \end{cases} \longrightarrow |x-۱| \geq ۲ \to \begin{cases} x-۱ \geq ۲ \to x \geq ۳ \\ x-۱ \leq -۲ \to \boxed{x \leq -۱} \end{cases}$

$\xrightarrow{x=-۱}$ $f(x) = ۲-b$ ، $f(x) = a-۲$

$f(x)$ $\begin{cases} ۲x^۲-b & x\geq ۳ \\ a+۲x & -۳\leq x<-۱ \\ ۲x^۲-b & x\leq -۱ \end{cases}$

$۲-b = a-۲$ $\boxed{a+b=۴}$

۳- $f(x) = \sqrt{a-bx-x^۲}$ $-x^۲-bx+a \geq ۰$ $x^۲+bx-a \leq ۰ \longrightarrow$ ریشه ها a و b هستند

$f(x) = (x-a)(x-b) \to f(x) = x^۲-(a+b)+ab$ ④

$x^۲+bx-a = x^۲-(a+b)x+ab \to \begin{cases} b = -a-b \longrightarrow b = ۱ \\ ab = a \longrightarrow a = -۲ \end{cases}$ $\boxed{a+b=۱}$

۴- ۰

$ax^۲+bx+c > ۰ \longrightarrow$ ۲ + ۰ -

$a<۰$ ، $a=۰$ ، $\frac{-b}{a} = ۴$ ، $\boxed{a = \frac{-b}{۴}}$ ، $\frac{c}{a} = ۴ \to c = ۴a$ ، $b=۰$

$\boxed{c=-b}$

چون یک ریشه ساده دارد

$a<۰ \to \boxed{b>۰}$

$۳a+c-۳|b| = \frac{-۳b}{۴}-b-۳b = -۴b-\frac{۳b}{۴} = \frac{-۱۶b-۳b}{۴} = \boxed{\frac{-۱۹b}{۴}}$

$۲b+c = ۰ \to c = -۲b$

$-۲b+۳b = b$

۵-

الف) $f(x) = \sqrt[۴]{\frac{۱}{|x|-[x]}}$ $|x|-[x] \neq ۰$ $|x| \neq [x] \to$ $D = \mathbb{R}-W$ ①

ب) $f(x): \sqrt{x}+\sqrt{y} = ۹ \to \sqrt{y} = ۹-\sqrt{x} \longrightarrow x \geq ۰$ (I) و $۹-\sqrt{x} \geq ۰$

$۹ \geq \sqrt{x} \to \boxed{۸۱ \geq x}$ (II)

$\xrightarrow{I\cap II} ۰ \leq x \leq ۸۱$ ①

۶- ۱/۵

الف) $f(x) = \sqrt{\log_x^{۳x-۱}} \to x>۰ , x\neq ۱ , ۳x-۱>۰ \to x > \frac{۱}{۳}$ (I) ✓ ۰/۷۵

$\to \log_x^{۳x-۱} \geq ۰ \longrightarrow x \geq ۳x-۱ \to ۱ \geq ۲x \to \boxed{x \leq \frac{۱}{۲}}$ (II)

$\xrightarrow{I\cap II} \frac{۱}{۳} < x \leq \frac{۱}{۲}$ ✓

$f(x) = [\frac{۱}{۳}, \frac{۲}{۳}] \cup (۱, +\infty)$

ب) $f(x) = \log \frac{۱}{۶+\sqrt{|x|}-|x|} \longrightarrow x \neq ۰ , ۶+\sqrt{|x|}-|x| \neq ۰ , \sqrt{|x|} = t$ ۰/۷۵

$-t^۲+t+۶ \neq ۰$

$-(t-۳)(t+۲) \neq ۰$

$\to t \neq ۳ , t \neq -۲$ ($\to \sqrt{|x|} = -۲$ غیرق)

$\sqrt{|x|} = ۳ \to x \neq \pm ۹$

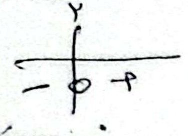
$\frac{۱}{۶+\sqrt{|x|}-|x|} > ۰ \to$ - ۹- + ۹ - $\to x \in (-۹, ۹) \xrightarrow[\text{با قبلی}]{\text{اشتراک}} \boxed{(-۹,۹)-\{۰\}}$

۷- [illegible] ۰/۵

$y=\sqrt{a+\frac{۳x+۲}{x+b}}$

$x+b=0 \to x=۲$

$\boxed{b=-۲}$ ۰/۲۵



۰/۲۵

$\frac{۳x+۲+ax+ab}{x+b}$

$\xrightarrow{x=-۲} \quad |-۶+۲-۲a-۲a|=0 \to ۴a=-۴ \to \boxed{a=-1}$

$\frac{(a+۳)x+۲+ab}{x+b} \to a+۳=0 \quad a=-۳$

$x+b=0 \to b=-۲$

۲

۸- $y=\sqrt{f(x)-x+1} \to f(x)-x+1\geq 0$

$\to [x]\geq ٤ \Rightarrow x\geq ۵ \to ۲x-1-x+1=x$

$x\geq 0 \to \boxed{x\geq ۵}$ ✓

$\to [x]<٤ \to x<۵ \to ٤x+۳-x+1=۳x+٤ \to ۳x+٤\geq 0$

$\boxed{x\geq \frac{-٤}{۳}}$

$\to \boxed{\frac{-٤}{۳}\leq x<۵}$ ✓

$D=\left[-\frac{٤}{۳}, +\infty\right)$

②

۹- $y=\frac{۲٤x^۳+۳۶x^۲+۱۸x+۳}{(٤x^۲+٤x+1)^۲}=\frac{۳(۸x^۳+۱۲x^۲+۶x+1)}{((۲x+1)^۲)^۲}=\frac{۳(۲x+1)^۳}{(۲x+1)^٤}=\frac{۳}{(۲x+1)} \to ۲x+1\neq 0$

$x\neq \boxed{-\frac{1}{۲}}$

$D=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{۲}\right\}$

②

۱۰- $y=\sqrt{1-\log(۲x-a)}$ $\quad 1-\log(۲x-a)\geq 0 \quad 1\geq \log(۲x-a) \to ۲x-a\leq 10$

$x\leq \frac{a}{۲}+۵$

$۲x-a>0 \quad x>\frac{a}{۲} \longrightarrow D=\left(\frac{a}{۲}, \frac{a}{۲}+۵\right]$

$c-b=\frac{a}{۲}+۵-\frac{a}{۲}=\boxed{۵}$

②