نام و نام خانوادگی .... صبا امینی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...1... کلاس .... دوازدهم تجربی A

1

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \to y_1^3 = 2x_1^2 + 2x_1 - 1$

$y_2^3 = 2x_2^2 + 2x_2 - 1 \xrightarrow{x_1 = x_2} y_1^3 = y_2^3$

$y_1 = y_2$ تابع هست

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \to x + y = 2\sqrt{xy} \to x + y - 2\sqrt{xy} = 0$, $x, y > 0$

$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \to x = y$ ✓ تابع هست

د) $xy^2 + 2x = y^3 + 2y \to x(y^2+2) = y(y^2+2) \to x = y$ تابع هست ✓

ب) مثال نقض: $x\cos y = y \cos x$

$\xrightarrow{x = \frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2}\cos y = y \times 0 \Rightarrow y \in \{k\pi + \frac{\pi}{2}\}$

تابع نیست ×

2

$|x-1| \geq 2 \to x \geq 3$, $x \leq -1$

$-3 \leq x \leq -1 \to 2x^2 - b = a + 2x$

$2x^2 - 2x - b - a = 0 \xrightarrow{x=-1} 2 + 2 - b - a \to 4 = a + b$

$x = -3 \to 18 + 6 - b - a = 24 = a + b$

$\to 28 = 2(a+b)$, $\boxed{14 = a + b}$

3

$f(x) = \sqrt{-x^2 - bx + a}$

جدول تعیین علامت

$$\begin{array}{ccccc} & b & & a & \\ - & | & + & | & - \end{array}$$

ریشه‌ها <= b و a

$-b^2 - b^2 + a = 0$

$-a^2 - ab + a = 0 \to a(-a - b + 1) = 0 \xrightarrow{a \neq 0} 1 - a - b = 0$

$\boxed{a + b = 1}$

4

$y = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + C}}$ **

جدول تعیین علامت

$$\begin{array}{ccc} & 2 & \\ + & 0 & - \end{array}$$

$\boxed{a < 0}$ $\to \boxed{a(x-2)^2}$ **

$ax^2 - 4ax + 4a$, $C = 4a$

$a = a$, $b = -4a$, $a = -\frac{1}{4}b$

ریشه $x = 2 \to 4a + 2b + C = 0$

$x = 0 \to \boxed{C = 4a}$

$\to 2C + 2b = 0$

$2C = -2b$

$\boxed{C = -b}$

$x = 0 \to \sqrt{C} \to C > 0$

$C = -b \to C > 0 \Rightarrow b < 0$

$|b| = -b$

$3a + C - 3|b| = 3a + C + 3b$

$\to -\frac{3}{4}b - b + 3b \to \frac{5}{4}b$

5

الف) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{|x| - [x]}}$

مخرج $\neq 0 \to |x| - [x] \neq 0$

$D_f = \{x \in \{\mathbb{R}^- \cup \{\mathbb{R}^+ - \mathbb{Z}\}\}\}$

ب) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9$ $\to x \geq 0$

$\sqrt{y} = -\sqrt{x} + 9$, $y \geq 0$

$-\sqrt{x} + 9 \geq 0$

$x \leq 81$

$\to D_f : 0 \leq x \leq 81$

الف) $f(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}}$ $x\neq1$, $x>0$ $\log_x^{3x-1}\geq0$ $D_f \Rightarrow [\frac{2}{3},+\infty)-\{1\}$ $3x-1>0 \longrightarrow 3x>1$, $x>\frac{1}{3}$ $3x-1\geq1$, $3x\geq2 \Rightarrow x\geq\frac{2}{3}$ ب) $f(x)=\log\frac{1}{6+\sqrt{\lvert x\rvert}-\lvert x\rvert}$ مخرج $\neq 0$ $6+\sqrt{\lvert x\rvert}-\lvert x\rvert\neq0 \xrightarrow{\sqrt{\lvert x\rvert}=t} -t^2+t+6\neq0$ $\frac{1}{6+\sqrt{\lvert x\rvert}-\lvert x\rvert}$ $\Delta \Rightarrow \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow \frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{-2}$ $\nearrow 3$, $\searrow -2$ $x\neq3,-3$	۶
$\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}+a}$ $x+b=0 \xrightarrow{x=2} 2+b=0$ $\boxed{b=-2}$ تعیین علامت: 2; $-$ | $+$ تغییر علامت دارد	۷
$\sqrt{f(x)-x+1} \longrightarrow f(x)-x+1\geq0$ $f(x)=\begin{cases}2x-1, & [x]>4 \rightarrow x\geq5\\ 4x+3, & [x]\leq4 \rightarrow x<5\end{cases}$ $g(x)=y=\sqrt{f(x)-x+1}$, $f(x)\begin{cases}2x-1, & x\geq5\\ 4x+3, & x<5\end{cases} \rightarrow g(x)\begin{cases}\sqrt{x}, & x\geq5\\ \sqrt{3x+4}, & x<5 *\end{cases}$ $\sqrt{x}$, $x\geq5 \longrightarrow x\geq0 \cap x\geq5 \Rightarrow x\in[5,+\infty)$ $**$ $3x+4\geq0 \xrightarrow{*} x\in[-\frac{4}{3},5)$ $***$ $** \cup *** \Rightarrow [-\frac{4}{3},+\infty)$	۸
$4x^2+4x+1\neq0 \xrightarrow{\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}} \frac{-4\pm\sqrt{16-16}}{8}=-\frac{1}{2}$ $x\neq-\frac{1}{2}$ $y=\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2} \longrightarrow \frac{3(8x^3+12x^2+6x+1)}{(4x^2+4x+1)^2}=\frac{3(2x+1)^3}{((2x+1)^2)^2} \Rightarrow \frac{3}{2x+1}$ $D=\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}$	۹
$y=\sqrt{1-\log(2x-a)}$ $\log_{10}^{2x-a}<1 \Rightarrow 2x-a<10 \Rightarrow x<\frac{10+a}{2}$ $*$ $(b,\ c]$ $2x-a>0 \Rightarrow 2x>a \Rightarrow x>\frac{a}{2}$ $**$ $**,* \Rightarrow (\frac{a}{2}, \frac{10+a}{2}]$ $c-b=\frac{10+a}{2}-\frac{a}{2}=\frac{10}{2}=5$	۱۰