۱۸٫۲۵

ریاضی گسسته/ تطبیقی ۱ دوازدهم A

۱٫۷۵

① الف) $y^3+1=2x+2x^2$

۰٫۵

$\xrightarrow{x_1=x_2} y_1^3+1=y_2^3+1 \Rightarrow y_1^3-y_2^3=0 \to y_1=y_2$ ✓ تابع هست

۰٫۵ ② $x\cos y = y\cos x$ $\left|\frac{\pi}{2}\right.$ $\left|\frac{\pi}{2}\right.$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{2}$ ⊗ تابع نیست

۰٫۲۵ ③ $\frac{x+y}{2}=\sqrt{xy} \to x+y=\sqrt{xy} \to (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2=0$ $1\,\frac{0}{0}$ ✓ تابع هست

$x+y=2\sqrt{xy} \to (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2=0 \to \sqrt{x}=\sqrt{y}$

$x=y$

④ $xy^2+2x-y^3-2y=0$

۰٫۵ $y^2(x-y)+2(x-y)=0$

$(x-y)(y^2+2)=0 \Rightarrow x=y$ ✓ تابع هست

صفر نشود

---

② ۲

$f(x)=\begin{cases}2x^2-b & : x-1\geq 2 \to x\geq 3,\ x-1\leq -2 \to x\leq -1\\ a+2x & : -3\leq x\leq -1\end{cases}$

$\xRightarrow{x\leq -1} 2x^2-b=a+2x \xrightarrow{f(-1)} 2+2=4$

$2x^2-2x=a+b$

$(x-2)(x-3)$

---

③ ۲

$D_f=[b\ a]$ $f(x)=\sqrt{a-bx-x^2} \Rightarrow \sqrt{-(x-a)(x-b)}=\sqrt{-(x^2-(a+b)x+ab)}$

$=\sqrt{-x^2+(a+b)x-ab}=\sqrt{a-bx-x^2} \Rightarrow -x^2+(a+b)x-ab=-x^2-bx+a$

$b=-1 \to a+b=-b \Rightarrow a=-2b \to a=2$ $a+b=1$

۰٫۵ ④

$\frac{2}{+1}$ $\to b<0$ و $bx^2+c=0 \to c=-2b$

برحسب b

if $D_f=(-\infty\ 2) \to \sqrt{-x+2}=y \to ax^2+bx+c=-x+2$ $-2b+3b=b$

$\to a=0$ $b=-1$ $c=2$ $3(0)+2-3|-1|$ $=-1$

۰٫۵

---

⑤ ۲

الف) ۱ $\sqrt[3]{\frac{1}{|x|-[x]}}=f(x)$ $\xrightarrow{R^+} 0\leq x-[x]<1 \to R^+-\mathbb{Z}$

$\xrightarrow{0} \times$ همیشه مثبت و غیرصفر

$\xrightarrow{R^-} -x-[x]=-(x+[x])$ ✓

در کل منفی و غیرصفر

$\to D_f=\mathbb{R}-\mathbb{N}$

۱ ب) $\sqrt{x}+\sqrt{y}=9$ $\xrightarrow[x_{min},\ x=0]{x\geq 0} y=81 \xrightarrow{y_{min}} x=81$

$\xrightarrow{D_f} D_f=[0\ ,\ 81]$

۶ الف $f(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}}$ ۲

① $3x-1>0 \quad 3x>1 \quad x>\frac{1}{3}$ ۰/۲۵

② $x>0 \quad x>0$ ۰/۲۵

③ $x\neq 1 \quad x\neq 1$

④ $\log_x^{3x-1}>0 \quad 3x-1>1 \quad 3x>2 \quad x>\frac{2}{3}$ ۰/۲۵

اشتراک $\longrightarrow D_f: (\frac{2}{3}\ +\infty)-\{1\}$ ۰/۲۵

---

۶ ب ۲ $f(x)=\log\frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}$ $\quad \frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}>0 \longrightarrow 6+\sqrt{|x|}-|x|>0$

$\xrightarrow{\sqrt{|x|}=t}$ $6+t-t^2>0 \quad t^2-t-6<0 \quad (t-3)(t+2)<0$ $\quad + \ -2 \ - \ 3 \ +$

$\longrightarrow \underbrace{-2<\sqrt{|x|}}_{\text{واضح}}<3 \longrightarrow \underbrace{-4<|x|}_{\text{واضح}}<9 \rightarrow |x|<9$

$\longrightarrow -9<x<9 \longrightarrow D_f=(-9\ \ 9)$

۲

۷ $y=\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}+a}$ $\quad (2\ ,+\infty) \longrightarrow \frac{3x+2+ax+ab}{x+b}>0 \rightarrow \frac{(3+a)x+2+ab}{x+b}>$

ضریب دانشجو x را برابر صفر قرار میدهیم تا عبارت درجه ۲ ساده شود

$3+a=0 \rightarrow a=-3 \rightarrow \frac{2-3b}{x+b}>0 \longrightarrow \frac{8\ (2+6)}{x-2}>0 \quad b=-2$

---

۸ ۲ $y=\sqrt{f(x)-x+1}$

$\rightarrow 2x-1 : [x]>4 \rightarrow 5\leq x$

$\rightarrow 4x+3 : [x]\leq 4 \rightarrow x<5$

$\longrightarrow 5\leq x \rightarrow \sqrt{2x-1-x+1}\geq 0 \longrightarrow x\geq 0 \longrightarrow 5\leq x$

$\xrightarrow{x<5} \sqrt{4x+3-x+1}\geq 0 \longrightarrow 3x+4\geq 0 \quad x\geq -\frac{4}{3} \rightarrow -\frac{4}{3}\leq x\leq 5$

$\xrightarrow{①\cup②} -\frac{4}{3}\leq x \longrightarrow D_f:[-\frac{4}{3}\ \ +\infty)$

---

۹ ۲ $\frac{3(8x^3+12x^2+6x+1)}{(2x+1)^3}=\frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^3} \xrightarrow{x\neq -\frac{1}{2}} 3(2x+1)=y$

$\longrightarrow D_f: R-\{-\frac{1}{2}\}$

۲

۱۵) $y=\sqrt{1-\log(2x-a)}$ $\xrightarrow{(b,c]}$ $c-b=?$

① $2x-a>0 \quad 2x>a \quad x>\frac{a}{2}$

② $1-\log_{10}^{2x-a}\geq 0 \rightarrow 1\geq \log_{10}^{2x-a} \rightarrow \log_{10}^{10} > \log^{2x-a}$

$\rightarrow 2x-a\leq 10 \quad 2x\leq 10+a \rightarrow x<\frac{10+a}{2}$

$\frac{a}{2}<x\leq\frac{10+a}{2} \rightarrow c-b=\frac{10+a}{2}-\frac{a}{2}=\frac{10}{2}=5$

($\frac{a}{2}$ ↑ b, $\frac{10+a}{2}$ ↑ c)