

الف) $y^3 - 2xy^2 = 2x - 1 \rightarrow \begin{cases} y_1^3 = 2x^2 + 2x - 1 \\ y_2^3 = 2x^2 + 2x - 1 \end{cases} \rightarrow y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1 = y_2$ تابع است. ✓

ب) $x \cos y = y \cos x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2} x \cos y = 0 \rightarrow \cos y = 0$ بنابراین y می تواند $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ باشد پس عبارت تابع نیست. ✓

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \quad x, y > 0 \rightarrow \frac{(x+y)^2}{4} = xy \rightarrow x^2 + 2xy + y^2 = 4xy \rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = 0 \rightarrow (x-y)^2 = 0 \rightarrow x = y, \quad x, y > 0$ ✓ عبارت تابع است.

د) $xy^2 + 2x - y^2 - 2y = 0 \rightarrow x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = 0 \rightarrow (x-y)(y^2 + 2) = 0 \rightarrow y^2 + 2 > 0 \Rightarrow x - y = 0 \rightarrow x = y$ ✓ عبارت تابع است.

۲ این قسمت تابع است $x^2 > 0$ و $y > 0$ و $y + x^2 = 2y \rightarrow y = x^2$ و $y < 0$ و $y + x^2 = 2y \rightarrow x^2 = y$ چون x^2 مثبت و y منفی است این حالت جوابی ندارد و نهی است. ✓

۱) $[y] + [x] = 1 \xrightarrow{x=0} [y] = 1 \rightarrow y \in [1, 2) \rightarrow$ تابع نیست. ✓

۳ $|x-1| \geq 2 \rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 2 \rightarrow x \geq 3 \\ x-1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1 \end{cases} \Rightarrow x=3 \rightarrow$ محل اشتراک دامنه ضابطه ها باید بررسی شود. ✓

$\Rightarrow x=3 \rightarrow 11 - b = a + c \rightarrow 12 = a + b$ ✓

۴ با توجه به بازه ها a و b ریشه های معادله هستند و منفی ضریب x تقسیم بر ضریب x^2 برابر با مجموع ریشه خواهد بود.

$\Rightarrow S = -\frac{-b}{-1} = -b \rightarrow a + b = -b$ ✓

۵- با توجه به بازه تابع خطی بوده است. $a=0$

چون ۲ مرکز دامنه است رشته تابع بوده در آن را صفر می کنند

$$a=0 \rightarrow bx+c=y$$

چون سمت چپ رشته مثبت بوده و سمت راست منفی بوده

$$\rightarrow x=2 \rightarrow 2b+c=0 \rightarrow c=-2b$$

$$\Rightarrow b < 0 \rightarrow 3a+c-2|b| = 3(0) + (-2b) - 2(-b) = -2b + 2b = 0$$

۶- چون $3x+2$ در بازه $(2, \infty)$ مثبت است پس $x+b$ هم باید در این بازه مثبت باشد و عدد ۲

مرکز دامنه $x+b$ بوده در آن را صفر می کنند

$$x=2 \rightarrow 2+b=0 \rightarrow b=-2$$

$$7- \text{الف) } y = \sqrt{x^2 - x} \rightarrow x^2 - x \geq 0 \rightarrow x(x^2 - 1) \geq 0 \rightarrow x(x+1)(x-1) \geq 0$$

$$x \begin{array}{c|ccc} -1 & 0 & 1 \\ \hline - & + & - & + \end{array} \Rightarrow D = [-1, 0] \cup [1, +\infty)$$

$$\text{ب) } y = \frac{1}{\sqrt{|x|-1}} \rightarrow |x|-1 > 0 \quad x \begin{array}{c|cc} -1 & 1 \\ \hline + & - & + \end{array} \rightarrow D = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

$$8- \text{الف) } y = \sqrt[3]{\frac{1}{|x| - [x]}} \rightarrow |x| - [x] \neq 0 \rightarrow |x| \neq [x] \begin{array}{l} x \geq 0 \rightarrow x \neq [x] \\ x < 0 \rightarrow -x \neq [x] \end{array} \rightarrow \text{همیشه برقرار}$$

$$\rightarrow D = \mathbb{R} - \{0, 1, 2, 3, \dots\} \quad D = \mathbb{R} - \mathbb{N}$$

$$\text{ب) } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \rightarrow x \geq 0, y \geq 0 \rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0$$

$$\rightarrow 9 \geq \sqrt{x} \rightarrow x \leq 81 \rightarrow \text{①} \cap \text{②} = D = [0, 81]$$

مسائل

$$y = \frac{1}{\sqrt{\left[rx - \frac{1}{r}\right] + \left[rx + \frac{r}{r}\right]}} \rightarrow \left[rx - \frac{1}{r}\right] + \left[rx + \frac{r}{r}\right] > 0 \quad (r)$$

$$\rightarrow \left[rx + \frac{r}{r}\right] - r + \left[rx + \frac{r}{r}\right] > 0 \rightarrow r\left[rx + \frac{r}{r}\right] > r \rightarrow \left[rx + \frac{r}{r}\right] > 1$$

$$\rightarrow rx + \frac{r}{r} > 1 \rightarrow rx > \frac{1}{r} \rightarrow x > \frac{1}{r} \Rightarrow D = \left[\frac{1}{r}, +\infty\right) \quad \checkmark$$

$$y = \sqrt{1 - \log(rx - a)} \quad (1) \rightarrow rx - a > 0 \rightarrow rx > a \rightarrow x > \frac{a}{r} \quad (r)$$

$$(2) \rightarrow 1 - \log(rx - a) \geq 0 \rightarrow \log(rx - a) \leq 1 \rightarrow rx - a \leq 1$$

$$\rightarrow rx \leq 1 + a \rightarrow x \leq \frac{1+a}{r} \rightarrow x \leq \frac{a}{r} + \frac{1}{r} \quad D = \left(\frac{a}{r}, \frac{a}{r} + \frac{1}{r}\right]$$

$$b = \frac{a}{r} \quad c = \frac{a}{r} + \frac{1}{r} \rightarrow c - b = \frac{a}{r} + \frac{1}{r} - \frac{a}{r} = \frac{1}{r} \quad \checkmark$$

۴- دامنه، بازه: $[a, b]$ است یعنی a و b ریشه های معادله $x^2 - bx + a = 0$ بودند پس:

$$P = \frac{c}{a} = -a = ab \xrightarrow{a \neq 0} b = -1 \quad \star \quad \rightarrow \boxed{a + b = 1}$$

$$S = -\frac{b}{a} = -b = a + b \rightarrow a = -2b \xrightarrow{\star} a = 2$$