

سوال ۱)

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1$ $\begin{cases} y_1^3 = 2x_1^2 + 2x_1 - 1 \\ y_2^3 = 2x_2^2 + 2x_2 - 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_2} y_1^3 = y_2^3 \rightarrow \boxed{y_1 = y_2}$ تابع هست

ب) $x \cos y = y \cos x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{y}} \frac{\pi}{y} \cos y = y \cos \frac{\pi}{y} \rightarrow \cos y = 0 \rightarrow y = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$ تابع نیست

ج) $\frac{x+y}{y} = \sqrt{xy} \rightarrow x+y = 2\sqrt{xy} \rightarrow x+y-2\sqrt{xy} = 0 \rightarrow (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 = 0 \rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y}$

د) $x=y$ $y, x \geq 0$ تابع هست

ه) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y \rightarrow x(y^2+2) - y(y^2+2) = 0 \rightarrow (y^2+2)(x-y) = 0 \rightarrow x=y$ تابع هست

همواره برقرار از صفر

سوال ۲)

الف) $x^2 + |y| = 2y \rightarrow x^2 = 2y - |y| \rightarrow \begin{cases} x^2 = y & y \geq 0 \\ x^2 = y & y < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{ق ق} \\ \text{غ ق} \end{cases}$ به ازای $x \in \mathbb{R}$ نقطه یک y صمیمی پیدا می شود تابع است

ب) $[y] + [x] = 1 \xrightarrow{x=0} [y] = 1 \rightarrow y = 1/1, 1/2, 1/3, \dots$ تابع نیست

سوال ۳)

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & |x-1| \geq 2 \\ a+2x & 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & x \geq 3 \\ a+2x & 0 \leq x \leq 3 \\ 2x^2 - b & x \leq -1 \end{cases}$

$|x-1| \geq 2 \rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 2 \rightarrow x \geq 3 \\ x-1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1 \end{cases}$

$2(3)^2 - b = a + 2(3)$

$\hookrightarrow 18 - b = a + 6 \rightarrow \boxed{a+b=12}$

$x=3$ باید در هر ۲ ضابطه ی $2x^2-b$ و $a+2x$ یک جواب بدهد

سوال ۴)

$\begin{array}{cc} b & a \\ - & + \\ \hline \end{array} \rightarrow a, b = \begin{matrix} \text{ریشه} \\ \text{مقادیر} \end{matrix}$

$x=a \rightarrow a-ab-a^2=0 \xrightarrow{\text{①}} 2b^2-2b^3-6b^2=0 \rightarrow -2b^2(2b^2+b-1)=0 \rightarrow b=0, -1, \frac{1}{2}$

$x=b \rightarrow a-b^2-b^2=0 \rightarrow a=2b^2 \text{ ①}$

$\boxed{a+b=2-1=1}$

$b=0 \rightarrow a=0$ غ ق $a > b$

$\boxed{b=-1 \rightarrow a=2}$ ق ق

$b=\frac{1}{2} \rightarrow a=\frac{1}{2}$ غ ق

سوال ۶) چون عبارت زیر رادیکال فقط به ازای $(-\infty, 2)$ مثبت پس عبارت زیر رادیکال درجه یک بوده $\Leftarrow (a=0)$

$$2b + c = 0 \rightarrow c = -2b$$

$$3a + c - 3|b| = 0 - 2b + 3b = b$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + \quad | \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow b < 0$$

$$y = \sqrt{\frac{3x+2}{x+b}} + a$$

سوال ۶) چون دامنه عبارت فقط یک ریشه دارد و عبارت به ازای آن ریشه تعریف نشده است پس ریشه ی خارج ۲ بوده پس $(b=-2)$

$$\frac{3x+2}{x+b} + a \geq 0 \rightarrow \frac{(a+3)x+2+ab}{x+b} \geq 0$$

سوال ۷) $y = \sqrt{x^3 - x} \rightarrow x^3 - x \geq 0$
 $x = 0, 1, -1$
 $D_f = [-1, 0] \cup [1, +\infty)$

ب) $\frac{1}{\sqrt{|x|-1}} = y \rightarrow |x|-1 > 0 \rightarrow |x| > 1 \rightarrow x > 1 \rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
 $|x| \neq 1 \rightarrow x \neq 1, -1$

سوال ۸) $y = \sqrt{\frac{1}{|x| - [x]}} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{ \text{ریشه خارج} \} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \mathbb{W}$

$$|x| - [x] \neq 0 \rightarrow |x| \neq [x] \rightarrow x \notin \mathbb{W}$$

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \rightarrow x \geq 0$
 $9 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow 9 \geq \sqrt{x} \rightarrow 81 \geq x$
 $D_f = [0, 81]$

سوال ۹) $y = \frac{1}{\sqrt{[2x + \frac{3}{4}] - 2 + [2x + \frac{3}{4}]}} \rightarrow [2x + \frac{3}{4}] - 2 + [2x + \frac{3}{4}] > 0 \rightarrow 2[2x + \frac{3}{4}] > 2$
 $\rightarrow [2x + \frac{3}{4}] > 1 \rightarrow 2x + \frac{3}{4} \geq 2 \rightarrow 2x \geq \frac{5}{4} \rightarrow x \geq \frac{5}{8}$
 $D_f = [\frac{5}{8}, +\infty)$

سوال ۱۰) $y = \sqrt{1 - \log(2x-a)}$
 $2x-a > 0 \rightarrow x > \frac{a}{2}$ ①
 $1 - \log(2x-a) \geq 0 \rightarrow \log(2x-a) \leq 1 \rightarrow 2x-a \leq 10 \rightarrow x \leq \frac{10+a}{2}$ ②
 $D_f = (\frac{a}{2}, \frac{10+a}{2}]$