

سوال (۱)

$$(الف) y^3 - 2x^2 = 2x - 1$$

$$\begin{cases} y_1^3 = 2x_1^2 + 2x_1 - 1 \\ y_2^3 = 2x_2^2 + 2x_2 - 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} y_1^3 = y_2^3 \rightarrow \boxed{y_1 = y_2} \text{ تابع هست } \checkmark$$

(۲)

$$(ب) x \cos y = y \cos x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{y}} \frac{\pi}{y} \cos y = y \cos \frac{\pi}{y} \rightarrow \cos y = 0 \rightarrow y = \frac{\pi}{y}, \frac{3\pi}{y}, \dots \checkmark$$

$$(ج) \frac{x+y}{y} = \sqrt{xy} \rightarrow x+y = 2\sqrt{xy} \rightarrow x+y-2\sqrt{xy} = 0 \rightarrow (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 = 0 \rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$\xrightarrow{(ج)} x = y \quad y, x \geq 0 \quad \text{تابع هست } \checkmark$$

$$\Rightarrow xy^2 + 2x - y^3 - 2y \rightarrow x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = 0 \rightarrow \underbrace{(y^2 + 2)}_{\text{همواره بزرگتر از صفر}} (x - y) = 0 \rightarrow x = y \checkmark$$

همواره بزرگتر از صفر

سوال (۲)

$$(الف) x^2 + |y| = 2y \rightarrow x^2 = 2y - |y| \rightarrow \begin{cases} x^2 = y & y \geq 0 \\ x^2 = y & y < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{حق} \\ \text{غلط} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{به ازای } x \in \mathbb{R} \text{ نقطه یک} \\ \text{صفتی پیدا می شود} \end{cases} \rightarrow \text{تابع است } \checkmark$$

(۲)

$$(ب) [y] + [x] = 1 \xrightarrow{x=0} [y] = 1 \rightarrow y = 1/1, 1/2, 1/3, \dots \checkmark$$

تابع نیست

سوال (۳)

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & |x-1| \geq 2 \\ a+2x & 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & x \geq 3 \\ a+2x & 0 \leq x \leq 3 \\ 2x^2 - b & x \leq -1 \end{cases}$$

(۲)

$$|x-1| \geq 2 \rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 2 \rightarrow x \geq 3 \\ x-1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1 \end{cases}$$

$$2(3)^2 - b = a + 2(3)$$

$$\hookrightarrow 18 - b = a + 6 \rightarrow \boxed{a + b = 12} \checkmark$$

 $\leftarrow x=3$ باید در هر ۲ ضابطه ی $2x^2 - b$ و $a+2x$ یک جواب بدهد

سوال (۴)

$$\begin{array}{cc} b & a \\ - & + \\ \hline - & + \end{array} \rightarrow a, b = \begin{matrix} \text{ریشه} \\ \text{مقادیر} \end{matrix}$$

(۲)

$$\xrightarrow{x=a} a - ab - a^2 = 0 \xrightarrow{①} 2b^2 - 2b^3 - 6b^2 = 0 \rightarrow -2b^2(2b^2 + b - 1) = 0 \rightarrow b = 0, -1, \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{x=b} a - b^2 - b^2 = 0 \rightarrow a = 2b^2 \quad ①$$

$$b=0 \rightarrow a=0 \quad \text{غلط} \quad a > b$$

$$\boxed{b=-1 \rightarrow a=2} \quad \text{غلط}$$

$$b=\frac{1}{2} \rightarrow a=\frac{1}{2} \quad \text{غلط}$$

$$\boxed{a+b = 2-1=1} \checkmark$$

سوال ۶) چون عبارت زیر رادیکال فقط به ازای $(-\infty, 2)$ مثبت پس عبارت زیر رادیکال درجه یک بوده $\Leftarrow (a=0)$

$$2b + c = 0 \rightarrow c = -2b$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + \quad | \quad - \\ \hline \end{array}$$

مخالف ضرب $\Rightarrow b < 0$

$$3a + c - 3|b| = 0 - 2b + 3b = b \checkmark$$

(۲)

$$y = \sqrt{\frac{3n+2}{n+b}} + a$$

سوال ۶) چون دامنه عبارت فقط یک ریشه دارد و عبارت به ازای آن ریشه تعریف نشده است پس ریشه ی خارج ۲ بوده پس $(b=2) \checkmark$

$$\frac{3n+2}{n+b} + a \geq 0 \rightarrow \frac{(a+3)n+2+ab}{n+b} \geq 0$$

(۲)

$$y = \sqrt{x^3 - x} \rightarrow x^3 - x \geq 0$$

$$\begin{array}{c} -1 \quad 0 \quad 1 \\ -1 \quad + \quad -1 \quad + \end{array} \quad D_f = [-1, 0] \cup [1, +\infty)$$

سوال ۷)

(۲)

$$b) \frac{1}{\sqrt{|x|-1}} = y \rightarrow |x|-1 > 0 \rightarrow |x| > 1 \rightarrow \begin{array}{l} x > 1 \\ x < -1 \end{array} \rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

$|x| \neq 1 \rightarrow x \neq 1, -1$

$$a) y = \sqrt{\frac{1}{|x| - [x]}} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{\text{ریشه خارج}\} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \mathbb{W} \checkmark$$

سوال ۸)

(۲)

$$|x| - [x] \neq 0 \rightarrow |x| \neq [x] \rightarrow x \notin \mathbb{W}$$

$$b) \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \rightarrow x \geq 0 \quad 9 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow 9 \geq \sqrt{x} \rightarrow 81 \geq x$$

$$D_f = [0, 81] \checkmark$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{[2n+\frac{3}{4}] + [2n+\frac{3}{4}]}} \rightarrow [2n+\frac{3}{4}] - 2 + [2n+\frac{3}{4}] > 0 \rightarrow 2[2n+\frac{3}{4}] > 2$$

(۲)

$$\rightarrow [2n+\frac{3}{4}] > 1 \rightarrow 2n+\frac{3}{4} \geq 2 \rightarrow 2n \geq \frac{5}{4} \rightarrow n \geq \frac{5}{8}$$

$$D_f = [\frac{5}{8}, +\infty) \checkmark$$

سوال ۱۰)

(۲)

$$y = \sqrt{1 - \log(xn-a)}$$

$$\text{مثبت} \rightarrow D_f = (\frac{a}{x}, \frac{1+a}{x}] \rightarrow c-b = \frac{1+a}{x} - \frac{a}{x} = \frac{1}{x} \checkmark$$

$$xn-a > 0 \rightarrow x > \frac{a}{n} \quad ②$$

$$1 - \log(xn-a) \geq 0 \rightarrow \log(xn-a) \leq 1 \rightarrow xn-a \leq 10 \rightarrow x \leq \frac{10+a}{n} \quad ①$$