نام و نام خانوادگی ....محمدرضا احمدی.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ......

۱

الف) $x^2=y+5 \rightarrow x=\sqrt{y+5} \rightarrow y+5\geq 0 \rightarrow y\geq -5 \rightarrow R_f=[-5,+\infty)$

ب) $x^3=y-1 \rightarrow x=\sqrt[3]{y-1} \rightarrow R_f=\mathbb{R}$

۲

الف) $y=x^2-4x+6 \rightarrow y=x^2-4x+4+2 \rightarrow y=(x-2)^2+2 \rightarrow (x-2)^2=y-2$
$\rightarrow x-2=\pm\sqrt{y-2} \rightarrow x=\pm\sqrt{y-2}+2 \rightarrow y-2\geq 0 \rightarrow y\geq 2$
$\rightarrow R_f=[2,+\infty)$

ب) $x^2-5x+(1-y)=0 \rightarrow \Delta=b^2-4ac=(-5)^2-(4\times 1(1-y))=25-4+4y=21+4y$
$\rightarrow \Delta\geq 0 \rightarrow 21+4y\geq 0 \rightarrow 4y\geq -21 \rightarrow y\geq \frac{-21}{4} \rightarrow R_f=[-\frac{21}{4},+\infty)$

۳

الف) $yx^2-2y=x^2+3 \rightarrow yx^2-x^2=2y+3 \rightarrow x^2(y-1)=2y+3 \rightarrow x^2=\frac{2y+3}{y-1}$
$\rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{2y+3}{y-1}} \rightarrow \frac{2y+3}{y-1}\geq 0 \rightarrow$

$-\frac{3}{2}$		1	
$+$ 0	$-$	$\nexists$	$+$

$\rightarrow R_f=(-\infty,-\frac{3}{2}]\cup(1,+\infty)$

ب) $y|x|-4y=2|x|+1 \rightarrow y|x|-2|x|=1-4y \rightarrow |x|(y-2)=1-4y \rightarrow |x|=\frac{1-4y}{y-2}$
$\rightarrow |x|\geq 0 \rightarrow \frac{1-4y}{y-2}\geq 0 \rightarrow$

-1		2	
$+$ 0	$-$	$\nexists$	$+$

$\rightarrow R_f=(-\infty,-1]\cup(2,+\infty)$

۴

$yx^2-4yx=1 \rightarrow yx^2-4yx-1=0 \rightarrow \Delta=b^2-4ac \Rightarrow a=y,\ b=-4y,\ c=-1$
$\rightarrow \Delta=(-4y)^2-(4\times y\times -1)=16y^2-(-4y)=16y^2+4y=4y(4y+1)$
$\rightarrow \Delta\geq 0 \rightarrow 4y(4y+1)\geq 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}}$

$-\frac{1}{4}$		0	
$+$ 0	$-$	0	$+$

$\rightarrow R_f=(-\infty,-\frac{1}{4}]\cup[0,+\infty)$

۵

الف) $Max\ \left|\begin{array}{l} \frac{-b}{2a}=\frac{6}{2}=3 \rightarrow y=9-18+2=-7 \\ -7 \end{array}\right. \begin{cases} x_{max}=\frac{-b}{2a}=3 \\ y_{max}=-7 \end{cases}$
$\rightarrow R_f=(-\infty,y_{max}] \rightarrow R_f=(-\infty,-7]$

ب) $y=-x^2+4x+2 \rightarrow \begin{cases} x_{min}=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2 \\ y_{min}=6 \end{cases} \rightarrow R_f=[y_{min},+\infty)$
$y_{min}=-4+8+2=6$
$\rightarrow R_f=[6,+\infty)$

الف) $y=\sqrt{x^2-6x+2} \xrightarrow{a>0} \begin{cases} x_{min}=\frac{-b}{2a}=\frac{6}{2}=3 \\ y_{min}=9-18+2=-7 \end{cases} \to R_f=\sqrt{[-7, +\infty)} \to R_f=[0, +\infty)$

چون اعداد منفی جذر نمی‌گیرند بازه از اولین عدد نامنفی یعنی صفر شروع می‌شود.

ب) $y=\sqrt{-x^2+4x+10} \xrightarrow{a<0} \begin{cases} x_{max}=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2 \\ y_{max}=-4+8+10=14 \end{cases} \to R_f=\sqrt{(-\infty, 14]} \to R_f=[0, \sqrt{14}]$ 6

الف) $y=x^3+3x^2+3x+1 \to R_f=\mathbb{R}$

با توجه به قانون

ب) $y=\sqrt{x^4+4x^3+6x^2+4x+1} \longrightarrow R_f=[0, +\infty)$

برد عبارت زیر رادیکال برابر با $\mathbb{R}$ است و باید رادیکال را روی این بازه اثر دهیم پس برد تابع $[0, +\infty)$ است. 7

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2} \xrightarrow{\text{با توجه به ویژگی}} R_f=\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\} \to R_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{1}\} \to R_f=\mathbb{R}-\{3\}$

$c=1 , a=3$

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x+3}} \longrightarrow R_f=\mathbb{R}^+-\{\frac{a}{c}\} \longrightarrow R_f=[0, +\infty)-\{2\}$ 8

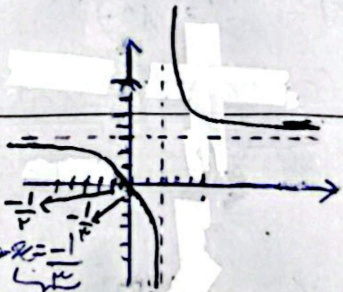
چون زیر رادیکال می‌باشد

$\sqrt{\frac{a}{c}}=\sqrt{4}=2$

الف) $\begin{cases} \text{مجانب قائم} \to \text{ریشه مخرج} = 2 = x \\ \text{مجانب افقی} \to \frac{a}{c}=y \to \frac{a}{c}=3 \end{cases}$ $\xrightarrow{x=2}$ $y=3$

محل قطع محور y ها $y=\frac{1}{-2}$

$\frac{3x+1}{x-2}=0 \to 3x=-1 \to x=\frac{-1}{3}$ محل قطع محور x

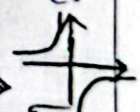


ب) $y=\frac{4x-2}{-2x+1}$ $\begin{cases} \text{مجانب قائم} \to \text{ریشه مخرج} = \frac{1}{2} \\ \text{مجانب افقی} \to \frac{a}{c}=\frac{4}{-2}=-2 \end{cases}$ 9

$y=\frac{-2}{1}=-2$ محور y را در -2 قطع می‌کند

$4x-2=0 \to x=\frac{1}{2}$ محور x را در $\frac{1}{2}$ قطع می‌کند

به شکل →



می‌باشد

الف) $y=\cos^2 x+\frac{1}{\cos^2 x} \longrightarrow \longrightarrow R_f=[2, +\infty)$

چون توان‌ها ۲ است پس $a>0$ می‌شود

ب) $y=\sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x}} \Rightarrow \frac{x^2+1}{x}=\frac{1}{x}+\frac{x^2}{x}=x+\frac{1}{x} \to y=\sqrt[3]{x+\frac{1}{x}} \longrightarrow R_f=(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

چون فرجه ۳ است پس محدودیتی ندارد

$R_f=(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$