نام و نام خانوادگی: محمدرضا اشرافی — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۸ — کلاس دهم B

۱

الف) $f(x)=\sqrt{x}\,|x|$ و $g(x)=x$

$D_f=[0,+\infty)$ ، $D_g=\mathbb{R}$ — برابر نیستند.

$\text{if } x\geq 0$ دامنه برابر نیست. $\text{if } x<0$ ، $D_f\neq D_g$

ب) $f(x)=\dfrac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7}$ و $g(x)=1$

$\dfrac{x^2+5x+7}{x^2+5x+7}=1$ ، $D_f=D_g$ — برابر

ج) $f(x)=\dfrac{4\sin^2 x-6\sin x}{2\sin x-3}$ و $g(x)=2\sin x$

$D_f=\dfrac{2\sin x(2\sin x-3)}{2\sin x-3}=2\sin x$ ، $D_f=D_g$ — برابر

د) $f(x)=\dfrac{x}{|x|}$ و $g(x)=\dfrac{|x|}{x}$

$D_f=\mathbb{R}-\{0\}$ ، $D_g=\mathbb{R}-\{0\}$ ، $D_f=D_g$ — برابر

۲

الف) $f(x)=\left[\dfrac{x^2}{x^2+1}\right]$ و $g(x)=[x-[x]]$

$D_f=\mathbb{R}$ ، $D_g=\mathbb{R}\Rightarrow D_g=D_f$ — برابر نیستند.

ب) $f(x)=\dfrac{1}{[2x]}$ و $g(x)=\dfrac{1}{2[x]}$

$D_f\neq 0\leq x<\frac{1}{2}$ ، $D_g\neq 0\leq x<1$ — برابر نیستند.

ج) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-|x|}}$ و $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{|x|-x}}$

$D_f=\varnothing$ ، $D_g=(-\infty,0)$ — برابر نیستند.

$D_f\begin{cases}x>0\to 0\ \times\\ x=0\to 0\ \times\\ x<0\to \ \times\end{cases}$ $\quad D_g\begin{cases}x>0\to 0\\ x=0\to 0\\ x<0\to +\end{cases}$

د) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x}{x-1} & ;x\neq 1\\ 2 & ;x=1\end{cases}$ و $g(x)=x^2+x$

$D_g=x^2+x=2 \Rightarrow x=1,\ x=-2$ ، $D_f=x^2+x=\dfrac{x^3-x}{x-1}$ ، $D_g\neq D_f$ — برابر نیستند.

۳

$f(x)+g(x)=x^2+x+1$

$f(x)-g(x)=x^2-x+1$

$f(x)+g(x)+f(x)-g(x)=2f(x)$

$2f(x)=2x^2+2\Rightarrow f(x)$

$f(x)=x^2+1\Rightarrow g(x)=x$

$f^2(x)+g^2(x)=(x^2+1)^2-x^2=x^4+2x^2+1-x^2=x^4+x^2+1$

۴

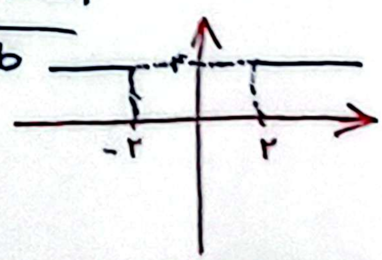
$g(x)=\underset{a}{x}+\underset{b}{\sqrt{x^2-4}}$ ، $f(x)=\underset{a}{x}-\underset{b}{\sqrt{x^2-4}}$

$D_f=D_g\Rightarrow x^2-4\geq 0\Rightarrow x^2\geq 4$

$x\geq 2$ ، $x\leq -2$

$f\times g=(x-\sqrt{x^2-4})(x+\sqrt{x^2-4})$

$x^2-x^2+4=4$ (a²−b²)



۵

$am-bn=?$

$g(x)=\dfrac{x-b}{2x^2-3x-5}$ ، $f(x)=\dfrac{ax+2}{x^2-mx+n}$

$x^2-3x-10$

$(x-5)(x+2)$ → $5\Rightarrow \frac{5}{2}=2.5$ ، $-2\Rightarrow \frac{-2}{2}=-1$

$2a\,x=x\Rightarrow 2a=1\Rightarrow a=\frac{1}{2}$

$-2m\,x=-3x\Rightarrow -2m=-3\Rightarrow m=\frac{3}{2}$

$2n=-5\Rightarrow n=\frac{-5}{2}=-2.5$

$-b=4\Rightarrow b=-4$

$\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}-\left(-4\times\frac{-5}{2}\right)=\frac{3}{4}-10=-\frac{37}{4}=-9.25$

$f(x) = g(x) \Rightarrow c = \frac{bx+۲}{۸x+b} \Rightarrow bx+۲ = ۸cx + cb \Rightarrow cb = ۲$

$f(x) = \frac{bx+۲}{۸x+b}$ $\quad g(x) = c \quad D_g = \mathbb{R} - \{a\} \quad \frac{ab}{c} = ?$

$\frac{ab}{c} = \pm ۴$ ۶

$bx + ۲ = ۸cx + cb$

$b = ۸c \Rightarrow c = \frac{b}{۸} \Rightarrow cb = ۲ \Rightarrow cb = (\frac{b}{۸})b \Rightarrow \frac{b^۲}{۸} = ۲ \Rightarrow b^۲ = ۱۶ \Rightarrow b = ۴ , b = -۴$

$b = ۴ \Rightarrow \frac{۴x+۲}{۸x+۴} = \frac{۱}{۲} \quad \frac{ab}{c} \Rightarrow \frac{-\frac{۱}{۲} \times ۴}{\frac{۱}{۲}} = -۴$

$b = -۴ \Rightarrow \frac{-۴x+۲}{-۸x+۴} = \frac{۱}{۲} \quad \frac{ab}{c} \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۲} \times -۴}{-\frac{۱}{۲}} = ۴$ $\Rightarrow c = \pm \frac{۱}{۲}$

$۲f - ۱ = \{(-۱,۳),(۲,۷),(۳,-۵),(۰,۰)\} \rightarrow f = \{(-۱,۲),(۲,۴),(۳,-۲),(۰,\frac{۱}{۲})\}$

$g = \{(۲,۴),(۳,۶),(-۱,-۴),(۵,۰)\}$ ۷

$\frac{۲g}{f+g} = \frac{\{(-۱,-۸),(۲,۸),(۳,۶),(۵,۰)\}}{\{(-۱,-۲),(۲,۸),(۳,۴)\}} = \{(-۱,۴),(۲,۱),(۳,\frac{۳}{۲})\} \Rightarrow R_{\frac{۲g}{f+g}} = \{۴,۱,\frac{۳}{۲}\}$

$f = \{(۲,a),(-۳,۳a-۲b),(c,۵),(۲,d)\}$

$g = \{(۲,-d),(-۳,۱),(a-۳b,۵)\} \quad a = -۱ , d = -۱$

$f = g$ ۸

$a - ۳b = c \Rightarrow c = ۶ - ۱ = ۵$

$۳a - ۲b = ۱ \Rightarrow -۳ - ۲b = ۱ \Rightarrow -۲b = ۴ \Rightarrow b = -۲$ $\quad d + c = -۱ + ۵ = ۴$

$f(x) = \sqrt{-x^۲ + x - m} \Rightarrow -(x^۲ - x + m) \geq ۰ \xrightarrow{\text{یک عضوی}} -x^۲ + x - \frac{۱}{۴} \geq ۰$

$b = \sqrt{-\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۴}} = \sqrt{۰} = ۰$

$x^۲ - x + \frac{۱}{۴} \leq ۰ \quad D_f = \{\frac{۱}{۲}\}$ ۹

$c + b = \frac{۱}{۲} + ۰ = \frac{۱}{۲}$

$(x - \frac{۱}{۲})^۲ \leq ۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$

$f(x) = \frac{۲x+a}{x^۲+۶x+b} \quad g(x) = \frac{۲}{x-c} \quad f(x) = g(x)$

$a + b + c = ? \Rightarrow (۲c+۱۲) - ...$

$f(x) = \frac{۲x+a}{(x+\frac{a}{۲})(x-c)} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{c, \frac{-a}{۲}\}$ $\quad ۶ + ۹ - ۳ = ۱۲$ ۱۰

$D_f = D_g \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{c\} \Rightarrow c = \frac{-a}{۲} \Rightarrow (۲x+a)(x-c) = ۲x^۲ + ۱۲x + b$

$-ac = ۲b \Rightarrow b = \frac{-ac}{۲} = \frac{-۲c^۲ - ۱۲c}{۲} \quad ۲x^۲ + (a-۲c)x - ac = ۲x^۲ + ۱۲x + ۲b$

$a - ۲c = ۱۲ \Rightarrow a = ۱۲ + ۲c$

$-۴c = ۱۲ \Rightarrow c = -۳ \quad b = c^۲ - ۶c \quad a = -۲c = ۲c + ۱۲$