به دلیل ننوشتن اسم نمرهٔ شما صفر لحاظ می‌گردد.

تکالیف شماره ۸ — توابع و خواص آنها

۷

۱_ تساوی توابع زیر را بررسی کنید

الف) $f(x)=\sqrt{x|x|}$, $g(x)=x$

$x|x|\geq 0$ $\quad D_g=\mathbb{R}$

$D_f=[0,+\infty)$

مساوی نیستند $D_f \neq D_g$

ب) $f(x)=\dfrac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7}$, $g(x)=1$

$(x+2)(x+3)+1$ $\quad D_g=\mathbb{R}$

$\dfrac{(x+3)(x+1)+x+4}{(x+2)(x+3)+1}$ به ازای هیچ تعریف نشده است $\Rightarrow D_f=\mathbb{R}$

۲

$D_f=D_g \Rightarrow \dfrac{(3)(1)+4}{(2)(3)+1} = g(x)=1=1$

دو تابع با هم برابر هستند

ج) $f(x)=\dfrac{4\sin^2x-9\sin x}{2\sin x-3}$, $g(x)=2\sin x$

$D_g=\mathbb{R}$

$2\sin x-3=0 \quad D_f=\mathbb{R}$

$2\sin x=+3 \quad D_f=D_g$

$\sin x=\dfrac{3}{2}$

$f(x)=\dfrac{4\sin^2 90-9\sin 90}{2\sin 90-3}=\dfrac{4-9}{-1}=+2$, $g(x)=2\sin 90$, $g(x)=2$

به ازای هر x با هم مساوی هستند پس این دو تابع مساوی اند

Scbo

Scanned with CamScanner

ج) $f(x)=\frac{x}{|x|}$, $g(x)=\frac{|x|}{x}$ $\xrightarrow{x=1} \frac{1}{1}=\frac{1}{1}$

$D_f=\{|x|\neq 0\} \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{0\}$ به ازای همه توابع با یکدیگر برابر می‌شوند

$g(x)$ $x\neq 0 \Rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{0\}$ پس دو تابع با هم مساویست

۲) برابری توابع زیر را بررسی کنید

الف) $f(x)=\left[\frac{x^2}{x^2+1}\right]$, $g(x)=[x-[x]]$

$x^2+1\neq 0$, x^2+1 هیچ وقت مساوی با صفر نمی‌شود $\Rightarrow D_f=\mathbb{R}$ $\cancel{\frac{(-1)^2}{(-1)^2+1}=-1-[-1]}$ $\frac{1}{2}$ 0

هیچ محدودیت نداریم

$[x-[x]] \Rightarrow D_g=\mathbb{R}$ تابع $f(x)$ و $g(x)$ به ازای ... با هم برابر نیستند

$f(x)=g(x)=0 \longrightarrow$ باهم برابراند

ب) $f(x)=\frac{1}{[2x]}$, $g(x)=\frac{1}{2[x]}$

$D_f=\mathbb{R}-[0,\frac{1}{2})$

$D_g=\mathbb{R}-[0]$ پس این دو باهم برابر نیستند چون دامنه‌ها یکسان نیست

1

ج) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-|x|}}$, $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{|x|-x}}$

$x-|x|>0 \quad x>|x|$ $\qquad |x|-x>0$

$|x|>x$

D_f = تعریف نشده است $\qquad D_g = (-\infty, -1]$

پس دو تابع مساوی نیستند

د) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3-x}{x-1} & ; x \neq 1 \\ 2 & ; x=1 \end{cases}$, $g(x) = x^2+x$ $\quad D_g = \mathbb{R}$

$f(x) \xrightarrow{x=1} 2 = g(x) \xrightarrow{x=1} 1^2+1 = 2$

$D_f = D_g = \mathbb{R}$

$f(x) = g(x)$ $\qquad D_f = \mathbb{R} - \{1\} \neq D_g = \mathbb{R}$

پس این دو تابع با وجود شرط ۲ مساوی نیستند

۳ـ اگر $f(x)+g(x) = x^2+x$ و $f(x)-g(x) = x^2-x+1$ آنگاه نشان

ضابطه‌ی تابع $f^2(x) - g^2(x)$ را مشخص کنید و ضابطه‌ی تابع های $f(x)$ و $g(x)$ را نیز مشخص کنید.

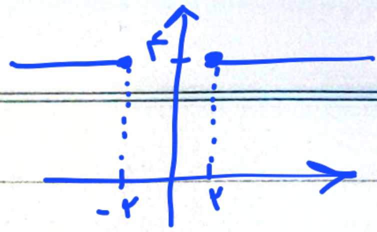
$f^2(x) -$

$g(x) = x \qquad f(x) = x^2+1$

$f^2(x) - g^2(x) = x^4 + x^2 + 1$

Scbo

Scanned with CamScanner



$D_g = D_f = \mathbb{R} - (-2,2)$ ۰٫۴

$f \times g = 4$

$m = \frac{3}{2} \quad n = -\frac{5}{2}$ ۰٫۵

$am - bn = -\frac{37}{4}$

$a = \frac{1}{2} \quad b = -4$

۶- تابع $f(x) = \frac{bx+2}{8x+b}$ با تابع $g(x) = c$ که $D_g = \mathbb{R} - \{a\}$ مساوی است حاصل $\frac{ab}{c}$ چه مقدارهایی می‌تواند باشد؟ ۰

$\frac{bx+2}{8x+b} = c \rightarrow bx + 2 = 8cx + bc \rightarrow c = \pm\frac{1}{2}$

$c = \frac{1}{2} \rightarrow b = 4 \rightarrow a = -\frac{1}{2} \rightsquigarrow \frac{ab}{c} = -4$

$c = -\frac{1}{2} \rightarrow b = -4 \rightarrow a = \frac{1}{2} \rightsquigarrow \frac{ab}{c} = 4$

۷- اگر $2f-1 = \{(-1,3),(2,7),(3,5),(0,1)\}$ و $g = \{(2,4),(3,6),(-1,-4),(5,0)\}$

در تابع $\frac{2g}{f+g}$ را مشخص کنید.

$f_1 = (-1,2)(2,4)(3,3)(0,1)$

$(2,4)$ ۰

$\frac{8}{4+4} = 1$

$(2,1)$

$\frac{2g}{f+g} = \{(-1,4)(2,1)(3,3)\}$

۸- اگر توابع $f=\{(۲,a),(-۳,۳a-۲b),(c,۵),(۲,d)\}$ و $g=\{(۲,-۱),(-۳,۱),(a-۳b,۵)\}$ با هم برابر باشند حاصل $d+c$ را بدست آورید؟

آری

$$(۲,-۱),(-۳,۱),(a-۳b,۵)$$

$۳a-۲b=۱$

$$(۲,a),(-۳,۳a-۲b),(c,۵),(۲,d)$$

$c+d=$

$۵+-۱=۴$ ✓

۲

$a,d=-۱$

$b=-۲$

$۳a-۲b=۱$

$-۳-۲(-۲)=۱$

$a-۳b=c$

$-۱-۳(-۲)=۵$

۹- اگر توابع $f(x)=\sqrt{-x^۲+x-m}$ و $g(x)=\{(a,\underset{۰}{b})\}$ با هم مساوی باشند حاصل $a+b$ کدام است؟

$-x^۲+x-m$

$-(x^۲-x+m)$

$(x-۲)(x+۱)$

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a}$$

۱

$m=\frac{۱}{۴}$ ✓

$$\frac{-۱\pm\sqrt{۱+۴m}}{۲}=۰$$

$b=۰$

$f(x)=\sqrt{-(x-\frac{۱}{۲})^۲}\rightarrow a=\frac{۱}{۲}$

$a+b=\frac{۱}{۲}$

۱۱ـ اگر دو تابع $f(x) = \dfrac{2x+9}{x^2+4x+b}$ و $g(x) = \dfrac{2}{x-c}$ برابر باشند

حاصل $a+b+c$ را حساب کنید.

$9+3$

$\dfrac{2x+a}{x^2+4x+b}$ 9, 4, 8, 5

$\dfrac{-4 \pm \sqrt{\cancel{36}-4b} = 9}{2}$

$(x+4)(x+2)$

$(x+6)(x+1)$

$\dfrac{2}{x+3}$

$(x+3)(x+3)$

$(x+3)(x+2)$

$\sqrt{b^2-4ac} = 0 \quad \sqrt{36-4b} = 0 \quad b = 9$ ①

$-\dfrac{9}{2} \neq -\dfrac{3}{2}$

$b=9 \quad c=-3$

$\dfrac{2}{-c} = \dfrac{a}{3} \quad = -ac = 6$

$a=6$

$c=3$

$\dfrac{2x+a}{(x+3)(x+3)} =$

$a+b+c=12$

Sibo