نام و نام خانوادگی ......محمدرضا احمدی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ......دهم......

1

الف) $\sqrt{x|x|} \rightarrow x|x| \geq 0 \rightarrow$

		0	
x	$-$		$+$
$\lvert x\rvert$	$+$		$+$
p	$-$		$+$

$\rightarrow D_f = [0, +\infty) \longrightarrow$ دامنه x و $g(x)$ برابر است با $\mathbb{R}$ پس این دو تابع برابر نیستند.

ب) $(x+3)(x+1) = x^2+4x+3 \rightarrow x^2+4x+3+x+4 = x^2+5x+7 \rightarrow f(x) = \dfrac{x^2+5x+7}{x^2+5x+7} = 1 \rightarrow$ چون دلتا منفی است پس مخرج ریشه ندارد و دو تابع برابرند.

ج) $\begin{cases} D_f = 2\sin x - 3 \neq 0 \rightarrow 2\sin x \neq 3 \rightarrow \sin x \neq \frac{3}{2} \longrightarrow \text{در نتیجه } -1 < \sin x < 1 \text{ چون} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} \\ D_g = \mathbb{R} \end{cases}$

به ازای همه مقادیر تعریف می‌شود $\longleftarrow D_f = \mathbb{R}$ و دامنه $g(x)$ هم برابر با $\mathbb{R}$ هست پس این دو تابع برابرند.

پس این دو تابع برابرند

د) $\dfrac{x}{|x|} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ / $\dfrac{|x|}{x} \rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow$ دامنه هردو برابرند $\longrightarrow$ با جایگذاری اعداد برای هردو به مقدار مساوی نمی‌رسند مانند: $\dfrac{x}{|x|} = \dfrac{1}{1} = 1$ و $\dfrac{|x|}{x} = \dfrac{1}{-1} = -1$ $\longleftarrow$ این دو تابع برابر نیستند

2

الف) $\begin{cases} D_f = \mathbb{R} \xrightarrow{\text{چون جواب تابع مقدار ثابت عدد یک است}} \\ D_g = \mathbb{R} \xrightarrow{\text{چون جواب تابع مقدار ثابت صفر است}} \end{cases} \longrightarrow D_f = D_g \rightarrow$ این دو تابع برابرند

ب) $\begin{cases} D_f = \mathbb{R} - [0, \frac{1}{2}) \\ D_g = \mathbb{R} - [0, 1) \end{cases} \longrightarrow$ چون دامنه دو تابع برابر نیست $\longrightarrow$ این دو تابع برابر نیستند

ج) $\begin{cases} D_f = x - |x| > 0 \begin{cases} x > 0 \rightarrow x - x = 0 \times & x \text{ نباید صفر شود چون مخرج است} \\ x < 0 \rightarrow x - (-x) = 2x \rightarrow & \text{چون } x<0 \text{ پس } \times \end{cases} D_f = \varnothing \\ D_g = |x| - x > 0 \begin{cases} x > 0 \rightarrow x - x = 0 \times \\ x < 0 \rightarrow (-x) - x = -2x \rightarrow & \text{چون } x<0 \text{ پس } -2x \text{ مثبت است} \checkmark \end{cases} D_g = (-\infty, 0) \end{cases}$

چون دامنه‌ها برابر نیستند پس این دو تابع برابر نیستند

د) $\begin{cases} D_f = \mathbb{R} \xrightarrow{\text{به ازای همه مقادیر تعریف شده است}} \\ D_g = \mathbb{R} \xrightarrow{\text{چون هیچ عددی مخرج را صفر نمی‌کند}} \end{cases} \longrightarrow$ دو تابع برابرند، با عددگذاری هم متوجه می‌شویم این دو تابع برابرند $\longrightarrow$ این دو تابع برابرند

3

$$+\begin{cases} f(x) - g(x) = x^2 - x + 1 \\ f(x) + g(x) = x^2 + x + 1 \end{cases} \rightarrow 2f(x) = 2x^2 + 2 \rightarrow f(x) = x^2 + 1 \rightarrow g(x) = x$$

$$\longrightarrow f^2(x) - g^2(x) = (x^2+1)^2 - (x^2) = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = x^4 + x^2 + 1$$

$$\longrightarrow f^2(x) - g^2(x) = x^4 + x^2 + 1$$

$$\longrightarrow f(x) = x^2 + 1$$

$$\longrightarrow g(x) = x$$

4

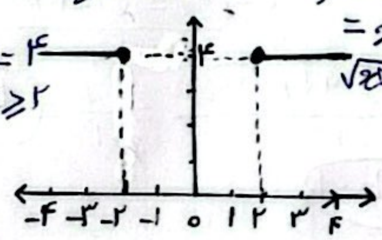
$$(f \times g)(x) = (x - \sqrt{x^2-4}) \times (x + \sqrt{x^2-4}) = x^2 + \cancel{x\sqrt{x^2-4}} - \cancel{x\sqrt{x^2-4}} - \sqrt{x^2-4}^{\,2} =$$

$$= x^2 - (x^2 - 4) = x^2 - x^2 + 4 = 4$$

و $\sqrt{x^2-4} \geq 0 \rightarrow |x^2 - 4| \geq 0 \rightarrow |x^2| \geq 4 \rightarrow |x| \geq 2 \begin{cases} \rightarrow x \geq 2 \\ \rightarrow x \leq -2 \end{cases}$

$(f \times g)(x) = 4$

$\longrightarrow x \leq -2, x \geq 2$



$$\frac{ax+2}{x^2 - mx + n} = \frac{x - b}{2x^2 - 3x - 5} \rightarrow (ax+2)(2x^2 - 3x - 5) = (x - b)(x^2 - mx + n)$$

$$\longrightarrow 2ax^3 + (-3a + 4)x^2 + (-5a - 6)x - 10 = x^3 + (-m - b)x^2 + \underbrace{(n + bm)x - bn}_{(n+bm)x - bn}$$

مقایسه ضرایب $\longrightarrow \begin{cases} 2a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2} \\ -3a + 4 = -m - b \rightarrow -m - b = \frac{5}{2} \rightarrow m + b = \frac{-5}{2} \\ -5a - 6 = n + bm \rightarrow n + bm = \frac{-17}{2} \rightarrow n + bm = \frac{-17}{2} \\ -10 = -bn \rightarrow bn = 10 \end{cases}$

$am - bn \xrightarrow{-bn = -10} am - 10 \xrightarrow{a = \frac{1}{2}} \frac{1}{2}m - 10$

$\longrightarrow am - bn = \dfrac{m}{2} - 10$

$f(x)=g(x)=c \to \frac{bx+۲}{۸x+b}=c \to ۸cx+cb=bx+۲ \to \begin{cases} b=۸c \\ bc=۲ \end{cases} \to bc=(۸c)c=۲$

$\begin{cases} \text{اگر } c=\frac{۱}{۲} \to b=۸c=۸\times\frac{۱}{۲}=۴ \to b=۴ \\ \text{اگر } c=-\frac{۱}{۲} \to b=۸c=۸\times -\frac{۱}{۲}=-۴ \to b=-۴ \end{cases}$ $\to ۸c^۲=۲ \to c^۲=\frac{۱}{۴} \to c=\pm\frac{۱}{۲}$

$۸x+b=۰ \to x=\frac{-b}{۸}$ ۶

$\to a=\frac{-b}{۸}$

$\to \frac{ab}{c}=\frac{\frac{-b}{۸}\times b}{c}=\frac{-b^۲}{۸c} \to \begin{cases} \text{حالت ①} \to \begin{Bmatrix} c=\frac{۱}{۲} \\ b=۴ \end{Bmatrix} \to \frac{-b^۲}{۸c}=\frac{-۱۶}{۸\times\frac{۱}{۲}}=\frac{-۱۶}{۴}=-۴ \\ \text{حالت ②} \to \begin{Bmatrix} c=-\frac{۱}{۲} \\ b=-۴ \end{Bmatrix} \to \frac{-b^۲}{۸c}=-۱۶\div(۸\times -\frac{۱}{۲})=\frac{-۱۶}{-۴}=۴ \end{cases}$

$۳g=\{(۲,۸),(۳,۱۲),(-۱,-۸),(۵,۰)\}$ $\quad f+g=\{(-۱,-۱),(۲,۱۱),(۳,۱)\}$

$\frac{۳g}{f+g}=\frac{\{(-۱,-۸),(۲,۸),(۳,۱۲),(-۱,-۸),(۵,۰)\}}{\{(-۱,-۱),(۲,۱۱),(۳,۱)\}}=\{(-۱,۸),(۲,\frac{۸}{۱۱}),(۳,۱۲)\}$ ۷

می دانیم که برد تابع برابر با y ها می باشد

$\to R_{\frac{۳g}{f+g}}=\{۸,\frac{۸}{۱۱},۱۲\}$

$a=d=-۱$

$\{(۲,-۱),(-۳,۱),(a-۳b,۵)\} \xrightarrow{\text{برابر}} \{(۲,a),(-۳,۳a-۲b),(c,۵),(۲,d)\}$

$\to a=d=-۱$

$\to ۳a-۲b=۱ \to -۳-۲b=۱ \to -۲b=۴ \to b=-۲$ ۸

$\to a-۳b=(-۱)-(۳\times -۲)=-۱-(-۶)=-۱+۶=۵ \to c=۵$

$\to d+c=-۱+۵=۴$

$f(x)=g(x) \to -x^۲+x-m=۰ \to x^۲-x+m=۰ \to x=\frac{-b\pm\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a}$

$\to x=\frac{+۱\pm\sqrt{۱-۴m}}{۲}$

$\begin{rcases} \to a=\frac{۱-\sqrt{۱-۴m}}{۲} \\ \to b=\frac{۱+\sqrt{۱-۴m}}{۲} \end{rcases} \to a+b=\frac{۱-\sqrt{۱-۴m}+۱+\sqrt{۱-۴m}}{۲}=\frac{۲}{۲}=۱$ ۹

$\to a+b=۱$

$\frac{۲x+a}{x^۲+۶x+b}=\frac{۲}{x-c} \to (۲x+a)(x-c)=۲(x^۲+۶x+b) \to$

$\to ۲x^۲-۲cx+ax-ac=۲x^۲+۱۲x+۲b \to ۲x^۲+x(-۲c+a)-ac=۲x^۲+۱۲x+۲b$

$\xrightarrow{\text{مقایسه}} \begin{rcases} a-۲c=۱۲ \to a=۱۲+۲c \\ -ac=۲b \to b=\frac{-ac}{۲} \end{rcases} \xrightarrow{a+b+c} a+b+c=۱۲+۲c-\frac{(۱۲+۲c)c}{۲}+c$ ۱۰

$=۱۲+۲c-\frac{۲(۶+c)c}{۲}+c$ جواب بر حسب سوال

$=۱۲+۲c-۶c+c^۲+c=c^۲-۳c+۱۲$

برای اینکه عدد داشته باشیم باید فرض کنیم که g(x) با f(x) ساده می شود یعنی g(x) به صورت $(x-c)^۲$ باشد تا جواب بدهد

$\xrightarrow{\text{در این صورت}} x^۲+۶x+b=(x-c)^۲=x^۲-۲cx+c^۲ \quad \begin{cases} -۲c=۶ \to c=-۳ \\ b=c^۲=۹ \end{cases} \to a=-۶$

$\xrightarrow[\text{ذکر نشده}]{\text{ناقص = داشتن شرط } b} a+b+c=-۶+۹+(-۳)=۰$