

$y = \sqrt{x f(x)} \rightarrow x f(x) \geq 0$

$\left. \begin{array}{l} x f(x) = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow f(x) \neq 0 \\ x \geq 0, f(x) \geq 0 \\ x \leq 0, f(x) \leq 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{علامت جواب را بدست آوریم} \\ \text{علامت جواب را بدست آوریم} \end{array}$

x	-۵	-۱	۰	۱	۵
$f(x)$	+	+	-	-	+
ρ	-	+	+	-	+

$\rightarrow D_f = [-5, 0] \cup [1, 5]$

$y = \sqrt{\frac{-x}{f(x)}} \rightarrow \frac{-x}{f(x)} \geq 0, f(x) \neq 0$

باید با استفاده از تغییر علامت جواب را بدست آوریم.

$-x$	+	+	+	-	-
$f(x)$	-	+	-	+	+
ρ	-	+	+	-	-

$\rightarrow D_f = (-3, 0] \cup [0, 2)$
 $\rightarrow D_f = (-3, 2)$

$f(x) - 2f(1/x) = 1^2 - 6 + 1 = 2 \rightarrow -f(1) = 2 \rightarrow f(1) = -2$
 $f(-1) - 2f(1) = (-1)^2 - (-6) + 1 = 8 \rightarrow f(-1) + 4 = 8 \rightarrow f(-1) = 4$

$f(5) = 5 - \sqrt{5+4} = 5 - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2 \rightarrow f(1/5) = 1/5 + 3 = 16/5 \rightarrow f(f(5)) = 16$
 $f(1) = 1 + 3 = 4 \rightarrow f(5) = 5 - \sqrt{4} = 5 - 2 = 3 \rightarrow f(f(1)) = 9$
 $\rightarrow f(f(5)) + f(f(1)) = 16 + 9 = 25$

$f(x-1) = a(x-1)^2 - b(x-1) + 1 = a(x^2 - 2x + 1) - b(x-1) + 1 = ax^2 - 2ax + a - bx + b + 1 = ax^2 - (2a+b)x + (a+b+1)$
 $f(x) = ax^2 - bx + 1 \rightarrow f(x-1) - f(x) = ax^2 - (2a+b)x + (a+b+1) - (ax^2 - bx + 1) = -2ax - (b-a) + b = -2ax - b + a + b = -2ax + a$
 $f(x-1) - f(x) = 4x + 1 \Rightarrow -2ax + a = 4x + 1$
 $\rightarrow -2a = 4 \rightarrow a = -2$
 $\rightarrow a + b = 1 \rightarrow -2 + b = 1 \rightarrow b = 3$
 $\Rightarrow a - b = -2 - 3 = -5$

$$f(\sqrt{3}-1) = \frac{(\sqrt{3}-1)^2 + 4\sqrt{3} - 1 + 1}{(\sqrt{3}-1)^2 + 4\sqrt{3} - 1 + 1} = \frac{9 - 4\sqrt{3} + 4 + 4\sqrt{3} - 1 + 1}{9 - 4\sqrt{3} + 4 + 4\sqrt{3} - 1 + 1} = \frac{9 + 4 - 1 + 1}{9 + 4 - 1 + 1} = \frac{10}{12}$$

$$f(\sqrt{3}-1) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

6

$$f(x - \frac{1}{x}) = \frac{x^2 + 1}{x^2} \cdot \frac{f(x)}{x - \frac{1}{x}} = -3 \rightarrow x^2 - 1 = -3x \rightarrow x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2} \quad x - \frac{1}{x} = -3 \xrightarrow{\text{مربع}} (x - \frac{1}{x})^2 = 9 \rightarrow 9 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$$

$$\rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 11 \quad (I)$$

$$\frac{x^2 + 1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} \xrightarrow{(I)} \frac{x^2 + 1}{x^2} = 11 \rightarrow f(-3) = 11$$

7

$$الف) \frac{f}{g} = \left\{ (0, \frac{2}{3}) \text{ و } (1, \frac{2}{\sqrt{2}}) \text{ و } (2, 0) \right\}$$

(2, 0) به ازای $x=2$ تعریف نشده
زیرا در این صورت برای $\sqrt{9-4}$ تعریف نشده است

$$ب) \frac{g}{f} = \left\{ (0, \frac{3}{4}) \text{ و } (1, \frac{\sqrt{2}}{2}) \right\}$$

8
 $g(x)$ به ازای $x=1$ و $x=2$ تعریف نشده است
تعریف شده است $\rightarrow g(x)=2 \rightarrow \sqrt{9-4} = 5 \rightarrow \frac{5}{0}$ تعریف نشده است
تعریف شده است $\rightarrow g(x)=7 \rightarrow \sqrt{9-4} = 5 \rightarrow \frac{5}{0}$ تعریف نشده است

$$الف) 2f(x) = \left\{ (-\frac{5}{4}, 4) \text{ و } (1, -4) \text{ و } (2, 2) \text{ و } (3, 8) \right\}$$

$$ب) f(x)+1 = \left\{ (2, 2) \text{ و } (3, 5) \text{ و } (-\frac{5}{4}, 3) \text{ و } (1, -1) \right\}$$

$$ج) 3f^2(x)+1 = \left\{ (2, 4) \text{ و } (3, 49) \text{ و } (-\frac{5}{4}, 13) \text{ و } (1, 13) \right\}$$

$$د) f(2x) = \left\{ (1, 1) \text{ و } (\frac{3}{2}, 4) \text{ و } (-\frac{5}{2}, 2) \text{ و } (\frac{1}{2}, -1) \right\}$$

9

$$الف) f-g = \left\{ (2, 2) \text{ و } (1, 4) \text{ و } (3, 2) \right\}$$

$$\rightarrow \frac{2f}{g} \rightarrow \frac{2f}{g} = \left\{ (2, 6) \text{ و } (3, -2) \right\}$$

$$\frac{2f}{g} = \frac{1}{0} \rightarrow \text{تعریف نشده است}$$

10