

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 2x & ; x \geq a \\ ax - 4 & ; x < a \end{cases} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{با توجه به اینکه } a \text{ در هر دو قسمت} \\ \text{تابعی یکپارچه باشد باید اجابۀ} \\ \text{در هر دو طرف یک عدد بی‌نهایت و بی‌نهایتی} \\ \text{برابرند.} \end{array} \right\} \xrightarrow{x=a} f(x) \begin{cases} 2x^2 + 2x \xrightarrow{x=a} a^2 + 2a \\ ax - 4 \xrightarrow{x=a} a^2 - 4 \end{cases}$
 $\rightarrow a^2 + 2a = a^2 - 4 \rightarrow 2a = -4 \rightarrow a = -2$
 $\rightarrow a = -2$

۱

$g(x) = 2x + b$ $\xrightarrow{\text{نقطه } (x, y) \text{ را در نظر بگیریم}}$ $x = f + b \rightarrow b = -1 \rightarrow f(x) = \frac{2x^2 + a}{2x - b} \xrightarrow{b=-1} f(x) = \frac{2x^2 + a}{2x + 1}$
 $\xrightarrow{\text{نقطه } (x, y)}$ $x = \frac{f+a}{f+1} \rightarrow a + f = 11 \rightarrow \begin{cases} a=11 \\ b=-1 \end{cases} \rightarrow f(x) = \frac{2x^2 + 11}{2x + 1}$
 $\rightarrow f(x) = \frac{2x^2 + 11}{2x + 1} \rightarrow f(1) = \frac{13}{3} = f$
 $\rightarrow f(1) = f$

۲

$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{2x^2 + ax + b}$ $\xrightarrow{\text{چون نمره‌دهنده دامنه تابع مجهول در } R - \{1\}$ $\left. \begin{array}{l} \text{است در نتیجه } 1 \text{ و } 1 \text{ ریشه های معادله} \\ \text{استند و عبارت } 2x^2 + ax + b \text{ از آنجا } a=0 \\ \text{صفر می شود} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} 2x=1 \rightarrow 2-a+b=0 \\ 2x=1 \rightarrow 2+fa+b=0 \\ 2-a+b=0 \rightarrow 2a+b=0 \rightarrow a=-2 \rightarrow b=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a+2b=0 \\ 2a=-2 \\ a=-1 \end{cases}$
 $\rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases} \rightarrow f(x) = \frac{2x^2 + 1}{2x^2 - 2x - 1} \rightarrow f(1) = \frac{0}{-2-1} = \frac{0}{-3} = \frac{0}{3}$
 $\rightarrow f(1) = \frac{0}{3}$

۳

$f(x) = \frac{2x^2 - \sqrt{2}}{-2x^2 + ax + b}$ $\left. \begin{array}{l} \text{چون نمره‌دهنده دامنه تابع مجهول در} \\ \text{است در نتیجه } 1 \text{ و } 1 \text{ ریشه های معادله} \\ \text{استند و عبارت } 2x^2 - \sqrt{2} \text{ از آنجا } a=0 \\ \text{صفر می شود} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow -2x^2 + ax + b = 0 \xrightarrow{x=1} -2 - a + b = 0 \\ \rightarrow a = b - 4 \\ \rightarrow a = b - 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = b - 4 \\ a = b - 4 \\ a = b - 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = b - 4 \\ a = b - 4 \\ a = b - 4 \end{cases}$
 $\rightarrow -2x^2 + ax + b = 0 \rightarrow \Delta = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 0 \rightarrow a^2 + 16b = 0$
 $\rightarrow a^2 + 16b = 0 \rightarrow b^2 - 16b + 16 + 16b = 0 \rightarrow b^2 + 16b + 16 = 0 \rightarrow (b+8)^2 = 0 \rightarrow b = -8$
 $b - a = -4 \rightarrow -8 - a = -4 \rightarrow a = -4$
 $\rightarrow \begin{cases} b = -8 \\ a = -4 \end{cases} \rightarrow a + b = -12 \rightarrow a + b = -12$

۴

$f(x) = \frac{2x^2}{(x-1)(x^2 + mx + 1)}$ $\left. \begin{array}{l} \text{چون نمره‌دهنده دامنه تابع مجهول در} \\ \text{است در نتیجه } 1 \text{ و } 1 \text{ ریشه های معادله} \\ \text{استند و عبارت } 2x^2 \text{ از آنجا } a=0 \\ \text{صفر می شود} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} \text{عبارت } 2x^2 + mx + 1 \text{ باید در } R \text{ باشد} \\ \text{از طرف دیگر در این عبارت} \\ \text{ریشه حقیقی ندارد و باید ریشه عبارت} \\ \text{باشد} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \rightarrow b^2 - 4ac < 0 \rightarrow m^2 - 4 < 0 \rightarrow (m-2)(m+2) < 0 \\ \rightarrow -2 < m < 2 \\ \text{ریشه عبارت} \\ \text{برابر می باشد} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow 2x^2 + mx + 1 = 0 \rightarrow 1 + m + 1 = 0 \rightarrow m = -2 \end{cases}$
 $\rightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m = -2 \end{cases} \rightarrow m \text{ مجاز} = -2 < m < 2$

۵

$f(x) = \sqrt{x - \frac{1}{x}}$ معادله زیر را برای x حل کنید $\rightarrow x - \frac{1}{x} \geq 0 \rightarrow (x - \frac{1}{x}) \times (x + \frac{1}{x}) \geq 0$
اینجا باید بررسی کنیم که آیا این عبارت در \mathbb{R} است
اینجا باید بررسی کنیم که آیا این عبارت در \mathbb{R} است $\rightarrow D_f = (-\infty, -\frac{1}{x}] \cup [\frac{1}{x}, +\infty)$
 $\rightarrow D_f = (-\infty, -\frac{1}{x}] \cup [\frac{1}{x}, +\infty)$

6

$f(x) = \sqrt{mx^2 + 2mx + 1}$ اینجا باید بررسی کنیم که آیا این عبارت در \mathbb{R} است $\rightarrow mx^2 + 2mx + 1 \geq 0$
 $\rightarrow \textcircled{1} m \geq 0 \rightarrow$ اینجا باید بررسی کنیم که آیا این عبارت در \mathbb{R} است
 $\rightarrow \textcircled{2} \Delta \geq 0 \rightarrow b^2 - 4ac \geq 0$
 $\rightarrow 4m^2 - 4m \geq 0 \rightarrow 4m(m-1) \geq 0$
اینجا باید بررسی کنیم که آیا این عبارت در \mathbb{R} است $\rightarrow m = [1, +\infty) \cup \{0\}$
 $\rightarrow m \text{ مقادیر} = [1, +\infty) \cup \{0\}$

7

$f(x) = g(x) \rightarrow f(\frac{1}{x}) = g(\frac{1}{x}) \rightarrow x + k = 1 + 1 \rightarrow k = 0 \rightarrow k = 0$
 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} ; x \neq a \\ x^2 + k ; x = \frac{1}{a} \end{cases}$ اینجا باید بررسی کنیم که آیا این عبارت در \mathbb{R} است $\rightarrow xa - 1 = 0 \rightarrow xa = 1 \rightarrow a = \frac{1}{x}$
 $\rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{x} \\ k = 0 \end{cases} \rightarrow a + k = \frac{1}{x} + 0 = \frac{1}{x}$
 $\rightarrow (a + k = \frac{1}{x})$

8

$f(x) = \frac{ax^2 + b}{x^2 + c} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \rightarrow f(x) = g(x) \rightarrow g(x) = \frac{mx^2 + n}{x^2 + 1} \rightarrow g(\frac{1}{x}) = -x + b$
 $f(x) = g(x) = \frac{a - x^2}{x^2 + 1} = b \rightarrow b = -x^2$
 $\rightarrow g(\frac{1}{x}) = f(\frac{1}{x}) = -x + 1 = -x^2 \rightarrow -x^2 = -x \rightarrow a = x^2$
 $\rightarrow \begin{cases} a = x^2 \\ b = -x^2 \end{cases} \rightarrow a - b = x^2 - (-x^2) = 2x^2 = \textcircled{a}$
 $\rightarrow a - b = \textcircled{a}$

9

$f(x) = \frac{ax^2 + b}{x^2 + c} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ اینجا باید بررسی کنیم که آیا این عبارت در \mathbb{R} است
 $\rightarrow \begin{cases} g(x) = x^2 + 1 = f(x) \\ f(x) = x^2 + 1 = g(x) \end{cases} \rightarrow g(x) = f(x) \rightarrow f = xa + ca$
 $\rightarrow xa + ca - f = 0 \rightarrow$ اینجا باید بررسی کنیم که آیا این عبارت در \mathbb{R} است $\rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$
 $\rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$

10