نام و نام خانوادگی آرمین شیروانی فر ۴۰ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۷ کلاس دهم سیزدهم B

۱

$P(x)=x^2-ax+b$

if $x\in(1,3)\rightarrow P(x)<0$

if $\begin{cases}x<1\\ x>3\end{cases}\rightarrow P(x)\geq 0$

ریشه‌های ۱ و ۳ ← $P(x)=(x-1)(x-3)$

$x^2-ax+b=x^2-4x+3$ ⟨ $a=4$, $b=3$ ⟩ $a+b=7$ ✓ (۲)

۲

x		-1		۳	
P	+	۰	+	۰	−

ریشه‌های صورت: $x-3x=0 \xrightarrow{x=-1} -1-3x=0\rightarrow x=-\frac{1}{3}$

$k-2<0$ ← علامت ضریب طبیعی

$y=((k-2)x+m-1)(x-3x)^2$

$k<2\rightarrow k=1$

$(x-2(-\frac{1}{3}))^2=(x+1)^2$

$x=2$ ↓

$2k-4+m-1=0\rightarrow 2k+m-5=0 \xrightarrow{k=1} m-3=0\rightarrow m=3$

$(-x+2)(x+1)^2$ ← $k=1$, $x=-\frac{1}{3}$, $m=3$

$\frac{m}{n}+k=\frac{3}{-\frac{1}{3}}+1=-9+1=-8$ ✓ (۲)

۳

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+4\rightarrow -\frac{1}{2}x^2+2x+4>\frac{7}{2}\rightarrow -\frac{1}{2}x^2+2x+4-\frac{7}{2}>0$

$\times(-2)$ ← $-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{3}{2}>0$

$x^2-4x-3<0$

$(x-3)(x+1)<0$ ⟨ $a=-1$, $b=3$ ⟩

$b-a=3-(-1)=4$ ✓ (۲)

۴

$f(x)=x^3-2x^2-x+2$

$f(x)=x^2(x-2)-1(x-2)$

$f(x)=(x^2-1)(x-2)$ if $x>0$ ← بازه (a,b) ← $(a,b)=(1,2)$ ⟨ $a=1$, $b=2$ ⟩

نقطه میانی بازه $(a,b)=\frac{a+b}{2}=\frac{1+2}{2}=3\rightarrow f(3)=(3-1)(3-2)=2$ (۲)

۵

$y=(a-1)x^2+(a-1)x+1\longrightarrow (a-1)x^2+(a-1)x+1<0$

① $a-1<0\rightarrow a<1\rightarrow (-\infty,1)$ ①

② $\Delta<0\rightarrow (a-1)^2-4(a-1)<0$

$a^2-2a+1-4a+4<0\rightarrow a^2-6a+5<0$

	1		5	
	+	۰	−	۰	+

$(a-1)(a-5)<0$

برای همواره مثبت بودن ← $a=(1,5)$ ②

(۲)

① ∩ ② $\rightarrow (-\infty,1)\cap(1,5)=\emptyset$ ✓ جواب

۶

$\frac{m(m^2+m)}{m-2} > 0 \rightarrow \frac{m^2(m^2+1)}{m-2} > 0$ (صورت ≥ 0)

	$-\infty$		2		$+\infty$
m^2	$+$	0	$+$		$+$
m^2+1	$+$		$+$		$+$
$m-2$	$-$		0	$*$	$+$
کل	$-$	0	$+$	$*$	$+$

$D_m = (2, +\infty)$ ✓ (۴)

۷

$\frac{(x^2-x-6)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3} \leq 0 \rightarrow \frac{(x-3)(x+2)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(x-2)^3} \leq 0$

(۳ ریشه، ۲ ریشه، ۱ ریشه، ۲ ریشه، ۰ ریشه ندارد)

	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$(x-3)$	$-$		$-$		$-$		$-$		0	$+$	
$(x+2)$	$-$		0	$+$							
$(x-1)^2$	$+$				0	$+$					
x^2+x+1	$+$										
$(x-2)^3$	$-$						0	$+$			
کل	$+$	0	$-$	0	$+$		$*$	$-$	0	$+$	

جواب نهایی $= [-2, 2) \cup [3, +\infty)$ ✓ (۴)

۸

$f(x) = \frac{x^2-2x^3}{x^2+4} \rightarrow \frac{x^2-2x^3}{x^2+4} < 2 \rightarrow x^2-2x^3 < 2(x^2+4)$

$x^2-2x^3 < 2x^2+8$

$-2x^3-x^2-8 < 0$

$2x^3+x^2+8 > 0$

$(x-2)(x+2) < 0$

	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$x-2$	$-$		$-$		0	$+$	
$x+2$	$-$		0	$+$		$+$	
کل	$+$	0	$-$	0	$+$		

$\rightarrow (-2, 2)$ ✓ (۴)

$(a,b) = (-2, 2)$ ✓ $\begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases} \rightarrow b-a = 2-(-2) = 4$ (۴)

۹

$-1 < \frac{2x^2-x^3}{x+1} < 0$

$-1 < \frac{2x^2-x^3}{x+1} \rightarrow \frac{2x^2-x^3}{x+1} + 1 > 0 \rightarrow \frac{x^3-2x^2-x+1}{x+1} < 0$

(صورت $\Delta < 0$ ← $x^3-2x^2-x+1 > 0$ → $x+1 > 0 \rightarrow x > -1$) (۲)

(۱) $(-1, +\infty)$

$\frac{2x^2-x^3}{x+1} < 0 \rightarrow \frac{x(2-x^2)}{x+1} < 0$

	$-\infty$		-1		0		$\sqrt{2}$	$+\infty$
x	$-$		$-$		0	$+$		
$2-x^2$	$-$		0	$+$			0	$-$
کل	$+$	0	$-$	0	$+$		0	$-$

(۲) $(-\infty, -1) \cup (0, \sqrt{2})$

(۱) ∪ (۲) $= (-1, +\infty) \cup (-\infty, -1) \cup (0, \sqrt{2})$

$= (0, \sqrt{2}) \cup (-\infty, -1)$ جواب ✓

۱۰

$\frac{10-x^2}{x} \geq 3 \rightarrow \frac{10-x^2}{x} - 3 \geq 0 \rightarrow \frac{-x^2-3x+10}{x} \geq 0$

$\frac{(x-5)(x+2)}{x} \leq 0$

	$-\infty$		-2		0		5	$+\infty$
$x-5$	$-$		$-$		$-$		0	$+$
$x+2$	$-$		0	$+$				
x	$-$		$-$		0	$+$		
کل	$-$	0	$+$	0	$-$		0	$+$

(۴)

مجموعه جواب $= (-\infty, -2] \cup [0, 5]$ ✓