

① راه: $(x-1)(x-3) = x^2 - ax + b \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = x^2 - ax + b \Rightarrow$
 $a = 4, b = 3 \Rightarrow 4 + 3 = 7$ جواب نهایی

② راه: $f(1) = 0$ و $f(3) = 0 \Rightarrow (1)^2 - a(1) + b = 0$
 $(3)^2 - a(3) + b = 0$
 $(1-a+b) - (9-3a+b) = 8-2a \Rightarrow a = 4$ و $b = 3 \Rightarrow$
 $a+b = 3+4 = 7$

مابین ریشه‌ها تفاوت در یک واحد است و ریشه‌ها دیگر مابین است \Leftrightarrow ریشه‌ها (-1) برای $(9x-3n)^2$ است \Leftrightarrow
 $x - 3n = f(x) \Rightarrow -1 - 3n = 0 \Rightarrow n = -\frac{1}{3}$ و $g(x) = ((k-2)x + m - 1)$ و $g(x) = 0 \Rightarrow$
 $(k-2)x + m - 1 = 0 \Rightarrow 4k + m - 9 = 0 \Rightarrow m = 9 - 4k \Rightarrow g(x) = ((k-2)x - 4(k-2)) \Rightarrow$
 برای اینکه مابین ریشه‌ها تفاوت در یک واحد باشد باید ضریب آن منفی باشد تا از $n-1$ بیشتر شود و منفی به ما برسد \Leftrightarrow
 $k-2 < 0 \Rightarrow k < 2 \Rightarrow$ چون k عددی طبیعی است \Rightarrow تنها مقدار ممکن $k=1$ است $\Rightarrow g(x) = (-x + 5) \Rightarrow$
 $m = 9 - 4k = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \frac{m}{k} + k = \frac{5}{1} + 1 = 6$ جواب نهایی $\rightarrow 6$

$-\frac{1}{x} x^2 + 2x + 4 > \frac{1}{x} \Rightarrow -x^2 + 4x + 4 > 1 \Rightarrow -x^2 + 4x + 3 > 0 \Rightarrow$
 $x^2 - 4x - 3 < 0 \Rightarrow (x-a)(x+b) < 0 \Rightarrow \frac{-1}{+} \frac{5}{-} \Rightarrow b-a = 6 \Rightarrow$
 $(-1, 5) \cap (a, b) \Rightarrow a = -1$ و $b = 5 \Rightarrow 5 - (-1) = 6$ جواب نهایی

$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 3 = x^2(x-2) - 1(x-2) = (x-2)(x^2-1) = (x-2)(x+1)(x-1) \Rightarrow$
 $f(x)$ ریشه‌ها $1, 2, 3$ و ± 1 و 3 \Rightarrow (این معادله هم از روش دیگر می‌تواند حل شود) $\Rightarrow \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \frac{x^2 + x + 1}{1} \Rightarrow$
 ریشه‌ها $1, 2, 3$ و ± 1 و 3 \Rightarrow (این معادله در بازه $(1, 3)$ دو ریشه دارد) \Rightarrow نقطه میانی $\Rightarrow a=1$ و $b=3$
 $\frac{1+3}{2} = 2 \Rightarrow$ طول نقطه میانی $\Rightarrow f(2) = ? = (2-2)(2+1)(2-1) = 0$
 مقدار f برای نقطه میانی 0 است

③ $a < 0 \Rightarrow a - 1 < 0 \Rightarrow a < 1$ (I)

$\Delta < 0 \Rightarrow (a-1)^2 + ((-2)(a-1) \times 1) = a^2 + 1 - 2a - 2a + 2 = a^2 - 4a + 3 = \Delta \Rightarrow$

$a^2 - 4a + 3 < 0 \Rightarrow (a-1)(a-3) < 0 \Rightarrow \frac{x}{1} \frac{1}{+} \frac{3}{-} \Rightarrow (1, 3) \Rightarrow 1 < a < 3$ (II)

(I) \cap (II) = \emptyset

عقده $m^2 = -1$ و $m^2 = 0$ و $m^2 = 1$ را در نظر بگیرید

$$\frac{m(m^2 + m)}{m - 2} = \frac{m^2(m^2 + 1)}{m - 2} \Rightarrow \frac{m^2(m^2 + 1)}{m - 2} > 0 \xrightarrow{\text{بسیارها } 0 \text{ و } 2 \text{ را حذف}} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & 2 \\ \hline p & - & + \end{array} \Rightarrow D_f = (2, +\infty) \Rightarrow \boxed{m > 2: \text{ : } m \text{ (ب) } b}$$

$$\frac{(x^2 - x - 4)(x - 1)^2}{(x^2 + x + 1)(x - x)^2} < 0 \Rightarrow \frac{(x - 2)(x + 2)(x - 1)^2}{(x^2 + x + 1)(x - x)^2} < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -2 & 1 & 2 \\ \hline p & + & - & - \end{array} \Rightarrow$$

$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 + (-1)(-4) = -3$
 $\rightarrow b^2 - 4ac = (1)^2 + (-1)(-4) = -3$

برای $x=0$ جواب منفی است

$[-2, 1) \cup [2, +\infty)$ مجموعه جواب نامعادله

$$\frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} < 2 \Rightarrow \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 2x - 2x^2 - 8}{x^2 + 4} < 0 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 + 4} < 0 \Rightarrow \frac{(x - 4)(x + 2)}{x^2 + 4} < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & -2 & 4 \\ \hline p & + & - \end{array} \Rightarrow$$

$(a, b) \cap (-r, r) \Rightarrow b - a = 4 - (-2) = 6 \rightarrow$ جواب 6

$$\frac{3x^2 - 4x}{x + 1} < 0 \Rightarrow \frac{x}{x + 1} < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -1 & 0 & \frac{4}{3} \\ \hline p & - & + & - \end{array} \text{ (I)}$$

$$\frac{3x^2 - 4x}{x + 1} > -1 \Rightarrow \frac{3x^2 - 4x}{x + 1} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 4x + x + 1}{x + 1} > 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 3x + 1}{x + 1} > 0 \Rightarrow$$

(II): $\begin{array}{c|cc} x & -1 & \frac{4}{3} \\ \hline p & - & + \end{array}$

$\Delta = b^2 - 4ac = 9 + (-1) = -1 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$

$(I) \cap (II) = (0, \frac{4}{3})$

$$\frac{x^2 - 10}{x} < 2 \Rightarrow \frac{x^2 - 10}{x} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 10}{x} < 0 \Rightarrow \frac{(x - 5)(x + 2)}{x} < 0 \Rightarrow$$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(-10) = 44 > 0 \Rightarrow$

$$\begin{array}{c|ccc} x & -2 & 0 & 5 \\ \hline p & - & + & - \end{array} \Rightarrow x \in (0, 5) \cup x < -2 \Rightarrow$$

جواب: $(-\infty, -2] \cup (0, 5]$