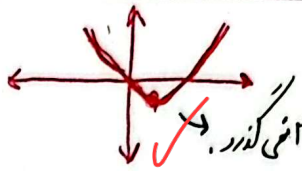
۲۰

نام و نام خانوادگی آرمین ... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵ ... کلاس دهم ... B

۱

الف) $y = 3x^2 - 2x \to a > 0$

$x_S = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \to y_S = 3 \times \frac{1}{9} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$



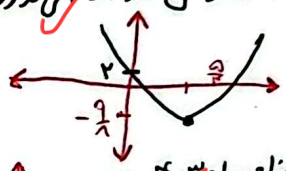
ب) $y = -x^2 + 2x \to a < 0$

$x_S = -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{-2} = 1 \to y_S = -1 + 2 = 1$ (۲)

۲

الف) $y = 2x^2 - 5x + 2 \to a > 0$

$x_S = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{4} \to y_S = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{8 - 25}{8} = -\frac{9}{8}$ (۲)



ب) $y = -x^2 + 2x - 1 \to a < 0$

$x_S = -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{-2} = 1 \to y_S = -1 + 2 - 1 = 0$ (۲)

۳

$x^2 - x - 3 = 0 \to S = -\frac{b}{a} = \frac{1}{1} = 1$ ، $P = \frac{c}{a} = -3$ ، $\alpha - \beta = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{13}$

الف) $\frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta} = \frac{1}{\sqrt{13}}$ ✓

ج) $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) = 10$ ✓

ب) $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 7$ ✓

د) $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2) = 4\sqrt{13}$ ✓ (۲)

۴

$y = (x-2)(x^2 - ax + a)$ → محور xها را در یک نقطه قطع می‌کند پس ریشه‌ی مضاعف دارد که مقدارش ۲ است. هنوز نقطه‌ی ۲ به عنوان ریشه‌ی مضاعف می‌ماند.

$\Delta < 0$ پس $x = 2$

$a^2 - 4a < 0$

$a(a-4) < 0$

$0 < a < 4$ (۲)

$y = (x-2)(x-2)^2 = (x-2)^3$

پس $0 < a \leq 4$

if $a = 4 \to x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$

۵

$3x^2 - 12x - a = 0 \to \alpha + \beta = 4$ ، $\alpha\beta = -\frac{a}{3}$

$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7 \xrightarrow{\beta = 4 - \alpha} 2\alpha^2 + (4-\alpha)^2 - 4\alpha = 7 \to 3\alpha^2 - 12\alpha + 9 = 0$

$\alpha^2 - 4\alpha + 3 = 0$

$(\alpha - 1)(\alpha - 3) = 0$ ⟨ $\alpha = 3, \beta = 1$ ، $\alpha = 1, \beta = 3$

$\alpha\beta = 3 \to 3 = -\frac{a}{3} \to a = -9$ (۲)

$\frac{a}{3} = \frac{-9}{3} = -3$ جواب

ریشه‌ی بزرگ‌تر معادله: 3

مؤلفه‌های طبیعی : $\mathbb{N}=\{1,2,3,\dots\}$ if $a=3$ $\longrightarrow A(9,1), B(1,1)$ (۲)

$A(2a+3, a-2)$ → اعداد ۱ و ۲ فرقشان قابل قبول $x_S=\frac{9+1}{2}=5$

$B(7-2a, a-2)$ $\longrightarrow y_S=3$ $\Big\}\rightarrow S(5,3)$ ۶

$S(b, b-2) \longrightarrow b=5$

$y=a(x-x_S)^2+y_S = a(x-5)^2+3 \xrightarrow{B(1,1)} a(1-5)^2+3=1 \rightarrow a=-\frac{1}{8}$

~~$y=-\frac{1}{8}(x-5)^2+3 \xrightarrow{x=0} -\frac{1}{8}\times 25+3=-\frac{1}{8}\rightarrow \frac{1}{8}=$~~

$ax^2-ax-b=0 \begin{cases} P=-\frac{b}{a} \\ S=\frac{a}{a}=1 \end{cases}$ $\quad 25\beta^2+20\alpha^2-20\beta=17$

$25\beta^2+30\alpha^2+10\beta^2-10\alpha^2-20\beta=17$

$30(\alpha^2+\beta^2)+10(\alpha+\beta)(\beta-\alpha)-20\beta=17$ (۲) ۷

$|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ $\quad 30+\frac{40b}{a}-10(\alpha+\beta)=17$

$=\frac{\sqrt{a^2+4ab}}{|a|}=\sqrt{1-\frac{4}{5}}=\sqrt{\frac{1}{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\quad \frac{40b}{a}=-13\rightarrow 40b=-13a$

$b=-\frac{13}{40}a$

$x_S=\frac{-5+1}{2}=-2 \rightarrow f(x)=a(x+2)^2-\frac{1}{2} \xrightarrow{x=0} \frac{3}{2}=a(0+2)^2-\frac{1}{2}$

$a=\frac{1}{2}$

$(1,\beta)\in f(x) \rightarrow \frac{1}{2}(1+2)^2-\frac{1}{2}=\beta \rightarrow \beta=4$ ۸

(۲)

$x^2+4x+a \rightarrow \alpha<\beta<0$ اگر $\begin{cases} \Delta<0 \rightarrow \Delta=-4 \\ P>0 \rightarrow P=a \rightarrow a>0 \end{cases}$ (۲)

$3\alpha^2+2\beta^2=12\sqrt{2}+18$ $\quad \alpha^2+\beta^2=S^2-2P$

$\alpha^2+\beta^2=36-4a$ $\quad \Delta=36-4a \rightarrow \alpha=-3-\sqrt{9-a}$

$\beta=-3+\sqrt{9-a}$

$\alpha^2+2(\alpha^2+\beta^2)=12\sqrt{2}+18$ ۹

$\alpha^2=12+12\sqrt{2}+4a \rightarrow \alpha^2=18-a+4\sqrt{9-a}$ (از طرفی)

$18-a+3\sqrt{36-4a}=12+12\sqrt{2}+4a \rightarrow 6-a=4a \rightarrow a=1$

$\sqrt{36-4a}=\sqrt{32}$

$\sqrt{\frac{1}{\alpha}}+\sqrt{\frac{1}{\beta}}=5 \xrightarrow{()^2} \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+2\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+2\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}}$ $\quad a=1$

$mx^2+(m+1)x+2=0$ $\quad 4x^2-(m+13)x+10=0$

$=\frac{5}{2}+2\sqrt{\frac{1}{2}}$ ۱۰

$=-\frac{b}{c}+2\sqrt{\frac{a}{c}}=\frac{m+13}{1}+2\sqrt{\frac{4}{1}}=m+17 \rightarrow m+13=25$ (۲)

$m=-1$

$-x^2+3x+2 \longrightarrow$ حاصل ضرب ریشه‌های جدید: -2