۱۸٫۵

ارشیا ایزدی کلاس دهم پسر B

-۱

$$S(h,k) \Rightarrow y=a(x-h)^۲+k \xRightarrow{A(-۱,۹)} y=a(x-(-۱))^۲+۹$$

$$\Rightarrow y=a(x+۱)^۲+۹ \xRightarrow{B(۳,۱)} ۱=a(۳+۱)^۲+۹ \Rightarrow ۱=۱۶a+۹ \Rightarrow a=-\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow y=-\frac{۱}{۲}(x+۱)^۲+۹ \Rightarrow \boxed{y=-\frac{۱}{۲}x^۲-x+\frac{۱۷}{۲}}$$ ✓

۲

-۲

$$۲x^۲+mx+m+۶=۰ \xRightarrow{\text{دارای ۲ ریشه مثبت}} \Delta>۰ \Rightarrow m^۲-۴(۲)(m+۶)>۰ \Rightarrow (m-۱۲)(m+۴)>۰$$

$m<-۴$, $m>۱۲$

$$S>۰ \Rightarrow -\frac{b}{a}>۰ \Rightarrow -\frac{m}{۲}>۰ \Rightarrow m<۰$$

$$P>۰ \Rightarrow \frac{c}{a}>۰ \Rightarrow \frac{m+۶}{۲}>۰ \Rightarrow m>-۶$$

$$\boxed{-۶<m<-۴} \xLeftarrow{\cap} \begin{cases} m<۰ \\ m>-۶ \\ m>۱۲ \\ m<-۴ \end{cases}$$

۲

-۳

$$۳x^۲+(۲m-۱)x+۲-m=۰$$

$$\Delta=۴m^۲-۴m+۱ \Rightarrow ۴m^۲+۸m-۲۳$$
$$=۱۲m-۲۴$$

$$\left.\begin{aligned} P&=\frac{۲-m}{۳} \\ S&=-\frac{۲m-۱}{۳}=\frac{۱-۲m}{۳} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \alpha+\beta=\frac{۱}{\alpha\beta}, \quad S=\frac{۱}{P}$$

$$\frac{۱-۲m}{۳}=\frac{۳}{۲-m} \Longrightarrow (۲-m)(۱-۲m)=۹$$

$$۲m^۲-۵m+۲=۹$$

$$۲m^۲-۵m-۷=۰$$

$$(۲m-۷)(m+۱)=۰ \rightarrow m=-۱, \quad \boxed{m=\frac{۷}{۲}}$$

$$\Delta\geq۰ \Rightarrow \begin{cases} m=\frac{۷}{۲} \rightarrow \Delta>۰ ✓ \\ m=-۱ \Rightarrow \Delta<۰ ✗ \end{cases}$$

۲

-۴

$$x^۲-x-۴=۰ \Rightarrow \begin{cases} S=۱ \\ P=-۴ \end{cases}$$

$$x^۲-Sx+P=y \Rightarrow \left(x_۱^۳+x_۲^۳+\frac{۱}{x_۱}+\frac{۱}{x_۲}\right)x+\left(x_۱^۳x_۲^۳+\frac{۱}{x_۱x_۲}+x_۱^۲+x_۲^۲\right)$$

$$\Rightarrow y=x^۲-\left(S^۳-۳PS+\frac{S}{P}\right)x+\left(P^۳+\frac{۱}{P}+S^۲-۲P\right)$$

$$\Rightarrow y=x^۲-\left(۱+۱۲-\frac{۱}{۴}\right)x+\left(-۶۴-\frac{۱}{۴}+۱+۸\right) \Longrightarrow \boxed{y=x^۲-\frac{۵۱}{۴}x+\cancel{۷۳\frac{۱}{۴}}}$$

$$x^۲-\frac{۵۱}{۴}x-\frac{۲۲۱}{۴}=۰$$

۱٫۵

-۵

$$t=\sqrt[۳]{x} \Rightarrow \left(t^۲+\frac{۱}{t^۲}+۱\right)(t^۲-۱)=t^۴-\frac{۱}{t^۲} \Rightarrow t^۴-\frac{۱}{t^۲}=۲t$$

$$\xRightarrow{\times t^۲} t^۶-۱=۲t^۳ \Rightarrow t^۶-۲t^۳-۱=۰ \Rightarrow S=-\frac{-۲}{۱}=\boxed{۲}$$

۲

-۶

$۳x^۲ - ax + ۴ = ۰ \Longrightarrow \alpha = ۳\beta$

$\underset{۴\beta}{\cancel{\alpha+\beta}} = \frac{a}{۳}$

$\alpha\beta = \frac{۴}{۳}$

$\beta^۲ = \frac{۴}{۹}$

$\alpha + \beta = \frac{۸}{۳} \leftarrow \alpha = ۲ \leftarrow \beta = \frac{۲}{۳}$

$\alpha + \beta = -\frac{۸}{۳} \leftarrow \alpha = -۲ \leftarrow \beta = -\frac{۲}{۳}$

$\alpha = ۳(\alpha + \beta = \pm ۸$

$\left.\begin{array}{l} \alpha_۱ = ۸ \\ \alpha_۲ = -۸ \end{array}\right\} \quad \alpha_۱ - \alpha_۲ = \boxed{۱۶}$ ✓

(۲)

-۷

$y = ax^۲ + (۳+۲a)x$

$a > ۰ \qquad \alpha, \beta > ۰ \Longrightarrow \frac{-(۳+۲a)}{a} > ۰$

$(-\infty, -\frac{۳}{۲}) \cup (۰, +\infty) = a$

$\leftarrow \cancel{\frac{۳+۲a}{a} < ۰}$

$\begin{array}{ccccc} & ۰ & & +\frac{۳}{۲} & \\ - & | & + & | & - \end{array}$

(۱)

$-\frac{۳}{۲} < a < ۰$ (II)

$\frac{۳+۲a}{a} < ۰ \to \begin{array}{ccccc} & -\frac{۳}{۲} & & ۰ & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

(I) $\cap$ (II) $: \emptyset \to$ هیچ مقدار a

-۸ محور تقارن های این ۲ سهمی یکسان است

$\begin{cases} y_۱ = x^۲ + ax - ۲ \\ y_۲ = -x^۲ - ۲x + b \end{cases}$

$x_۱ = -\frac{a}{۲}$

$x_۲ = -\frac{-۲}{-۲} = -۱$

$x_۱ = x_۲ \Rightarrow -\frac{a}{۲} = -۱ \Rightarrow a = ۲$

$y = x^۲ + ax - ۲ \xRightarrow{y=۱} x^۲ + ۲x - ۲ = ۱$

$x^۲ + ۲x - ۳ = ۰$

$(x+۳)(x-۱) = ۰ \begin{cases} x = ۱ \\ x = ۳ \end{cases}$

$y = x^۲ - ۲x + b$

$۱ = -(۱)^۲ - ۲ \times ۱ + b \Rightarrow b = ۴$

$ab = ۲ \times ۴ = \boxed{۸}$ ✓

(۲)

-۹

ریشه‌های α و β

$\left.\begin{array}{l} ۲x^۲ - ax + b = ۰ \\ ۲a x^۲ + ax - ۶ \end{array}\right\} \to \alpha + \beta = \alpha' + \beta' + ۱ \to \frac{a}{۲} = \frac{-a}{۲a} + ۱ = \frac{۱}{۲} \to a = ۱$

ریشه‌های α' و β'

$S_۱ = \frac{a}{۲} = \frac{۱}{۲}$

$P_۱ = \frac{b}{۲}$

$S_۲ = -\frac{۱}{۲}$

$P_۲ = -\frac{۳}{a} = -۳$

$(\alpha + \frac{۱}{۲})(\beta + \frac{۱}{۲}) = P_۲ + \frac{۱}{۲} S_۲ + \frac{۱}{۴}$

$\frac{b}{۲} = -۳ + \frac{۱}{۲}(-\frac{۱}{۲}) + \frac{۱}{۴} = -۳ \Rightarrow b = -۶$

$\left[\frac{ab}{۴}\right] = [-۱/۵] = \textcircled{-۲}$ ✓

(۴)

-۱۰

$y_1 = x^2 + 6x + m = 0$

$y_2 = x^2 + 2x - 3m = 0$

} یک ریشه‌ی مشترک غیر صفر $\Rightarrow$ ریشه مشترک $= \alpha$

$x^2 + 6x + m = x^2 + 2x - 3m$

$4x + 4m = 0 \Rightarrow x = -m$ ۶

$(-m)^2 - 6m + m = 0 \Rightarrow m^2 - 5m = 0 \Rightarrow m = 0$ ✗

$m = 5$ ✓

$y_1 = x^2 + 6x + 5 = 0$

$x = -1$

$x = -5$

$y_2 = x^2 + 2x - 15 = 0$

$x = -5$

$x = +3$

ریشه های غیر مشترک $\Rightarrow$ ۳ و ۱-

اختلافشان $3 - (-1) = 4$ ✓